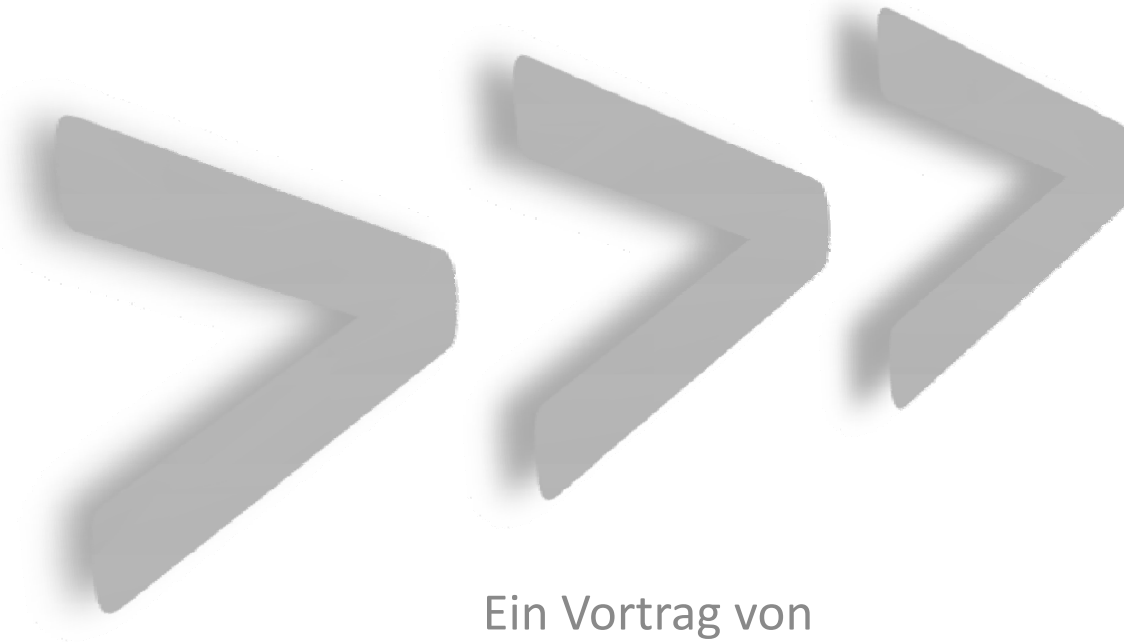


---

# Arrows



Ein Vortrag von  
Mario Rauschenberg, Bjarne Großmann



---

# Agenda

- Einleitung
- Funktionen, Monaden und Arrows
- Arrows im Detail
- Beispiel

---

# Einleitung

Was sind eigentlich „Arrows“?

Lediglich eine Verallgemeinerung der Monaden!

???

---

# Einleitung

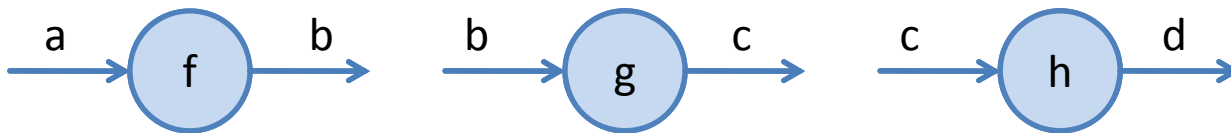
- Quizfrage: Was ist eine Monade?
  - a) Abstrakter Datentyp
  - b) Beschreibung einer einheitlichen Schnittstelle
  - c) Containerklasse für unterschiedliche Typen
  - d) Verpackte Berechnungen mit Seiteneffekten
  - e) Strategie, um Berechnungen zu kombinieren
  - f) Ich hab keine Ahnung

---

# Back to the Roots

- Funktionen und ihre Komposition

f	:: a -> b
g	:: b -> c
h	:: c -> d
fgh	:: a -> d
fgh	= h . g . f



# Back to the Roots

- Komplexere Funktionen

$f_1, g_1, h_1 \quad :: a \rightarrow \text{Maybe } b$   
 $f_2, g_2, h_2 \quad :: a \rightarrow (b, s)$   
 $f_3, g_3, h_3 \quad :: a \rightarrow [b]$   
 $f_4, g_4, h_4 \quad :: a \rightarrow (s \rightarrow (a, s))$

$fgh = f_n . g_n . h_n ???$



# Beispiel: Maybe

```
f    :: a -> Maybe b
g    :: b -> Maybe c
h    :: c -> Maybe d
fgh  :: a -> Maybe d
```

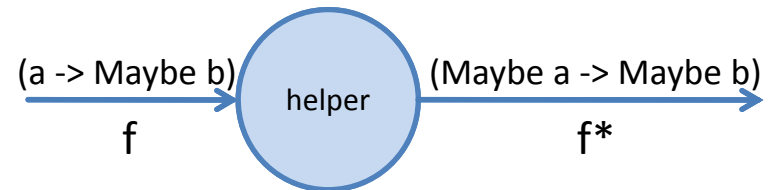


## 1. Lösungsversuch

```
fgh x = case f x of
  Nothing -> Nothing
  Just y  -> case g y of
    Nothing -> Nothing
    Just z  -> h z
```

# Beispiel: Maybe

```
f    :: a -> Maybe b
g    :: b -> Maybe c
h    :: c -> Maybe d
fgh  :: a -> Maybe d
```



## 2. Lösungsversuch

```
helper                :: (a -> Maybe b) -> (Maybe a -> Maybe b)
helper f Nothing      = Nothing
helper f (Just x)     = f x
```

```
fgh = (helper h) . (helper g) . f
```



# Beispiel: Tupel

```
f      :: a -> (b, String)
g      :: b -> (c, String)
h      :: c -> (d, String)
fgh    :: a -> (d, String)
```

```
helper :: (a -> (b, String)) -> ((a, String) -> (b, String))
helper g (fx, fs) = let (gx, gs) = g fx
                    in (gx, fs++gs)
```

```
fgh = (helper h) . (helper g) . f
```

---

# Beispiel: Liste

```
f          :: a -> [b]
g          :: b -> [c]
h          :: c -> [d]
fgh       :: a -> [d]

helper     :: (a -> [b]) -> ([a] -> [b])
helper f x = concat (map f x)

fgh = (helper h) . (helper g) . f
```

# Beispiel: Status

```
f          :: a -> (s -> (b, s))
g          :: b -> (s -> (c, s))
h          :: c -> (s -> (d, s))
fgh       :: a -> (s -> (d, s))

helper     :: (a -> (s -> (b, s))) -> ((s -> (a, s)) -> (s -> (b, s)))
helper g x s = let (x1, s1) = x s
                in g x1 s1

fgh = (helper h) . (helper g) . f
```

# Beispiel: Zusammenfassung

```
f1           :: a -> Maybe b
helper1     :: (a -> Maybe b) -> (Maybe a -> Maybe b)
f2         :: a -> (b, s)
helper2     :: (a -> (b, s)) -> ((a, s) -> (b, s))
f3         :: a -> [b]
helper3     :: (a -> [b]) -> ([a] -> [b])
f4         :: a -> (s -> (d, s))
helper     :: (a -> (s -> (b, s))) -> ((s -> (a, s)) -> (s -> (b, s)))

fgh = (helper hn) . (helper gn) . fn
```

# Monaden

```
newtype MyMonad t = M Maybe t
newtype MyMonad t = M (t, String)
newtype MyMonad t = M [t]
newtype MyMonad t = M (s -> (t, s))
```

```
f      :: a -> M b
helper :: (a -> M b) -> (M a -> M b)
       :: (a -> M b) -> M a -> M b
       :: M a -> (a -> M b) -> M b
```

```
(>>=) = helper
```

```
fgh x = f x >>= g >>= h
      ==? x >>= f >>= g >>= h
```

```
return :: a -> M a
```

```
fgh x = return x >>= f >>= g >>= h
```

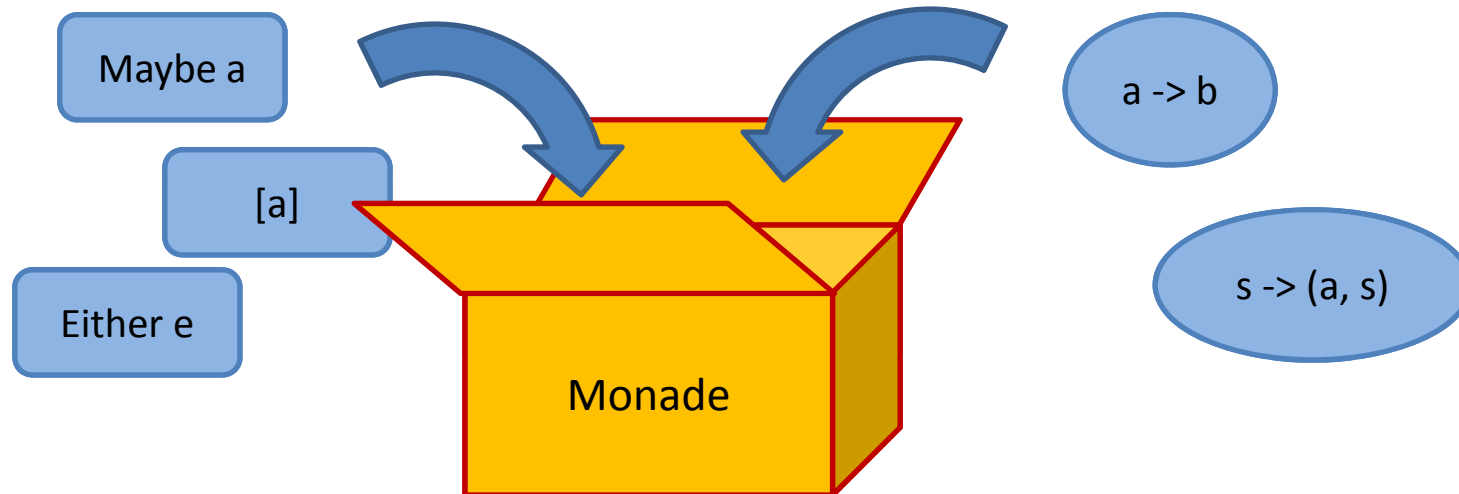
# Monaden

In Haskell:

```
class Monad m where
```

```
  return :: a -> m a
```

```
  (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b
```



---

# Funktionskomposition

- Funktionen kombinieren

$f :: a \rightarrow b$

$g :: b \rightarrow c$

- Bisher

$fg :: a \rightarrow c$

$fg = f . g$

- Funktionen als Parameter

$\text{comb} \quad \quad \quad :: (a \rightarrow b) \rightarrow (b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow c)$

$\text{comb } h \ k \quad \quad = k . h$

- $(.)$  für einfache Funktionen

# Funktionskomposition

- Funktionen kombinieren

```
f :: a -> m b   g :: b -> m c
```

- Bisher

```
fg   :: a -> m c  
fg x = (f x) >>= g
```

- Funktionen als Parameter

```
comb      :: (a -> m b) -> (b -> m c) -> (a -> m c)  
comb h k x = (h x) >>= k
```

- ( $\gg=$ ) für monadische Funktionen?

```
(\gg=) :: m a -> (a -> m b) -> m b
```



# Funktionskomposition

- Abstraktion des Operators

comb	:: (a -> m b) -> (b -> m c) -> (a -> m c)
newtype Kleisli m a b	= K { runK :: a -> m b }
(>->)	:: Kleisli m a b -> Kleisli m b c -> Kleisli m a c
K f (>->) K g	= K (\x -> f x >>= g)

- Der erste Arrow: Kleisli Arrow!
- Anwendung ähnlich wie bei Monaden

f	:: K m a b
g	:: K m b c
fg x	= runK (f >-> g) x

---

# Arrows

- Weitere Abstraktion

- Kleisli Arrow nicht nur für Monaden:

```
f           :: b -> c
newtype Arrow b c = A ( runA :: b -> c)
(>>>)      :: A b c -> A c d -> A b d
arr        :: (b -> c) -> A b c
```

- Arrows für beliebige Funktionen

```
f   :: A a b
g   :: A b c
fg x = runA (f >>> g) x
```

---

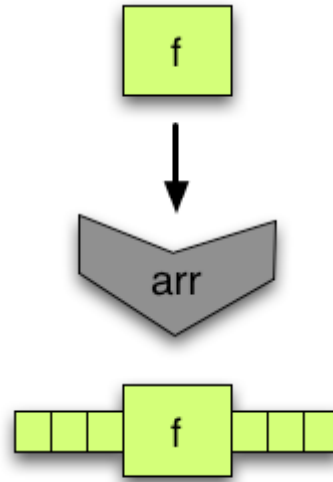
# Was sind Arrows?

- Erklärung von Wikibooks
- Kombination von Funktions-Objekten (Roboter) mit verschiedenen In- und Outputs (Fließbänder)

---

# *arr*

- Verknüpfung mit In- und Output

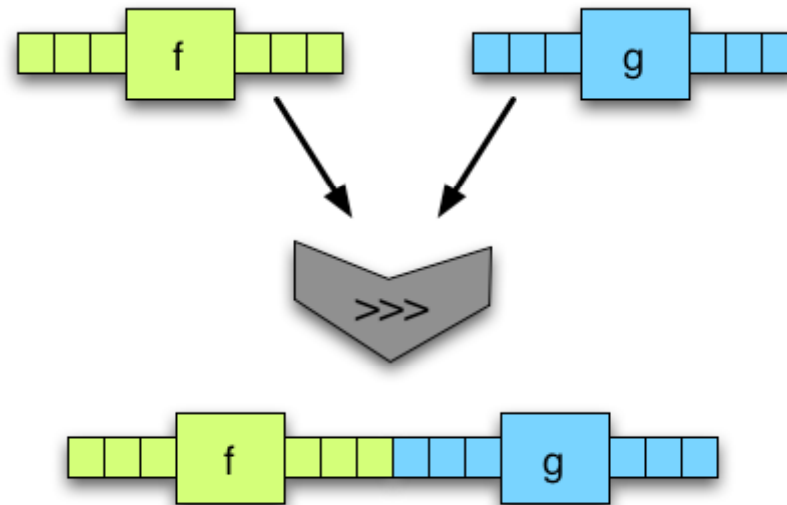


*arr :: Arrow a => (b -> c) -> a b c*

---

(>>>)

- Output von  $f$  als Input von  $g$



(>>>) :: Arrow  $a \Rightarrow a b c \rightarrow a c d \rightarrow a b d$

---

# *returnA*

- Arrow – Identität

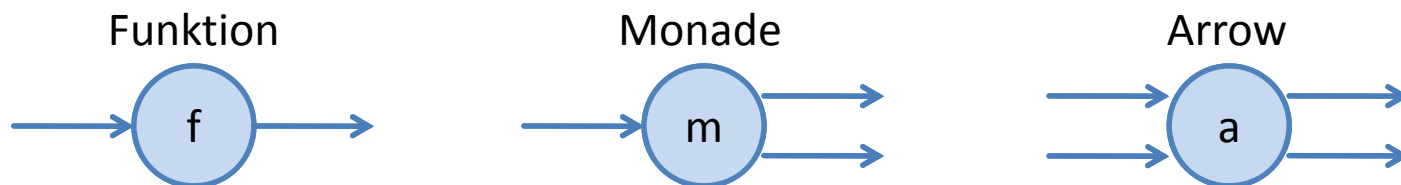
*returnA :: Arrow a => a b b*

*returnA = arr id*

---

# Unterschied zu Monaden

- Arrows sind eine Erweiterung von Monaden
- Monaden sind eine Erweiterung von Funktionen
- Also: Arrows abstrahieren Funktionen
- Arrows haben expliziten Input



---

# Monaden durch Arrows

```
newtype Kleisli m a b = K (a -> m b)
```

```
instance Monad m => Arrow (Kleisli m) where
```

```
arr f           = K (\b -> return f b)
```

```
K f >>> K g    = K (\b -> f b >>= g)
```



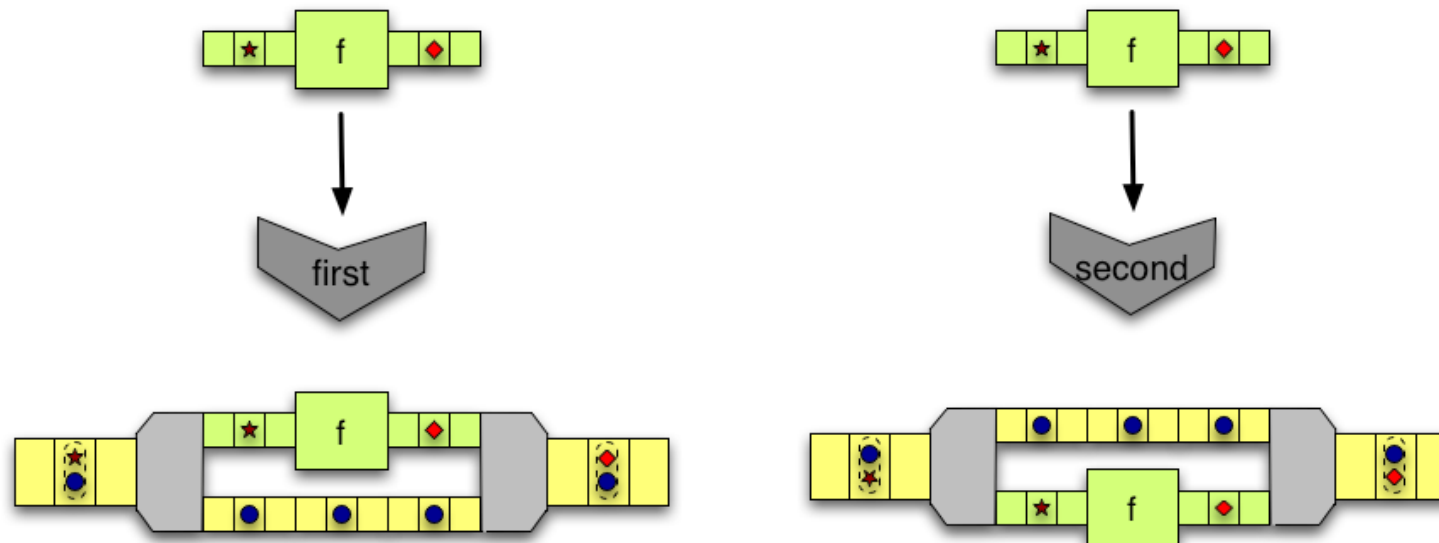
---

*„The real flexibility with arrows comes with the ones that aren't monads, otherwise it's just a clunkier syntax”*

*- Philippa Cowderoy*

# *first & second*

- Mehrere Inputs von denen einer verarbeitet wird.

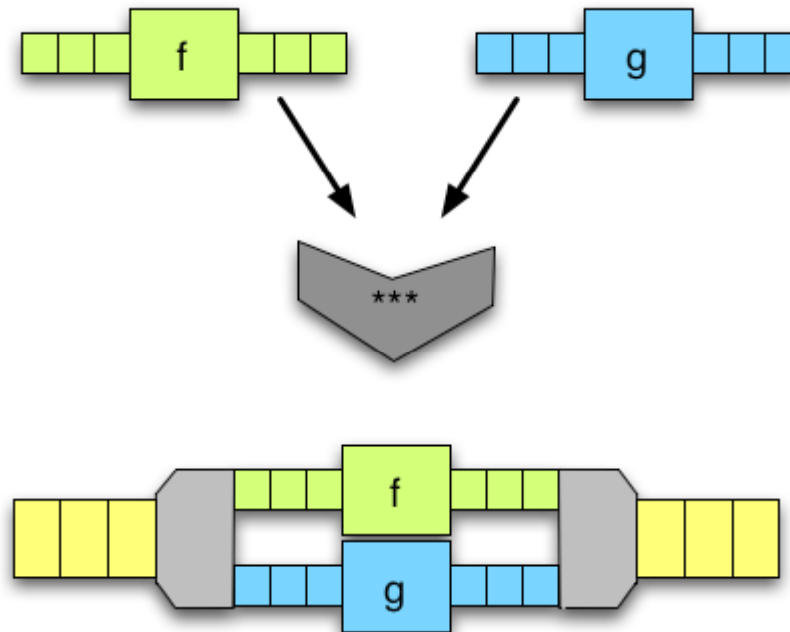


*first :: Arrow a => a b c -> a (b, d) (c, d)*

*second :: Arrow a => a b c -> a (d, b) (d, c)*

(\*\*\*)

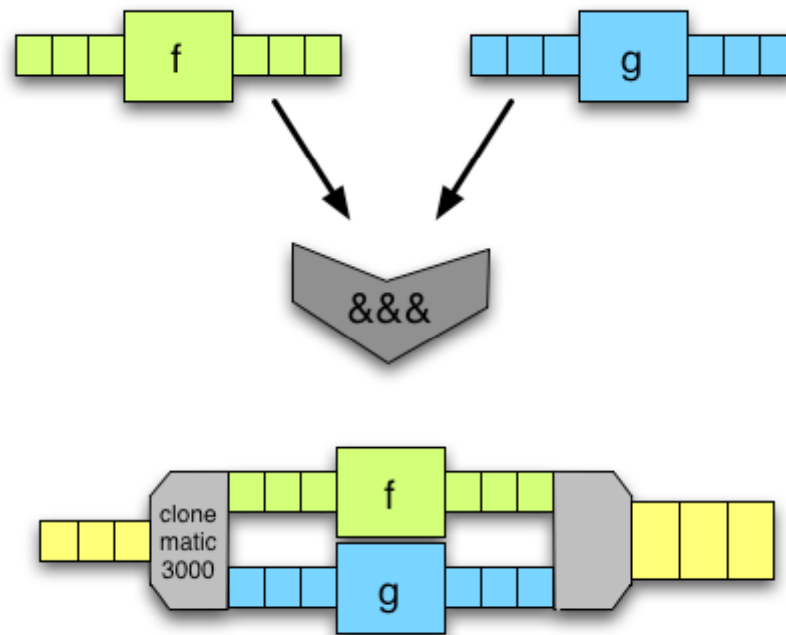
- Zwei Inputs durch jeweils anderes Funktionsobjekt bearbeitet



$(***) :: \text{Arrow } a \Rightarrow a \ b \ c \rightarrow a \ d \ e \rightarrow a \ (b,d) \ (c,e)$

# (&&&)

- Ein Input wird in beide Funktionen „geklont“.



$(\&\&\&) :: \text{Arrow } a \Rightarrow a b c \rightarrow a b d \rightarrow a b (c,d)$

---

# Wozu das ganze?

- Generalisierung von Monaden bzw. Funktionen und „Funktionsartigen“
- Größere Flexibilität als bei Monaden
- „Stream-Prinzip“

---

# Funktionen als Arrows

```
instance Arrow (->) where
```

```
  arr f = f
```

```
  first f = f *** id
```

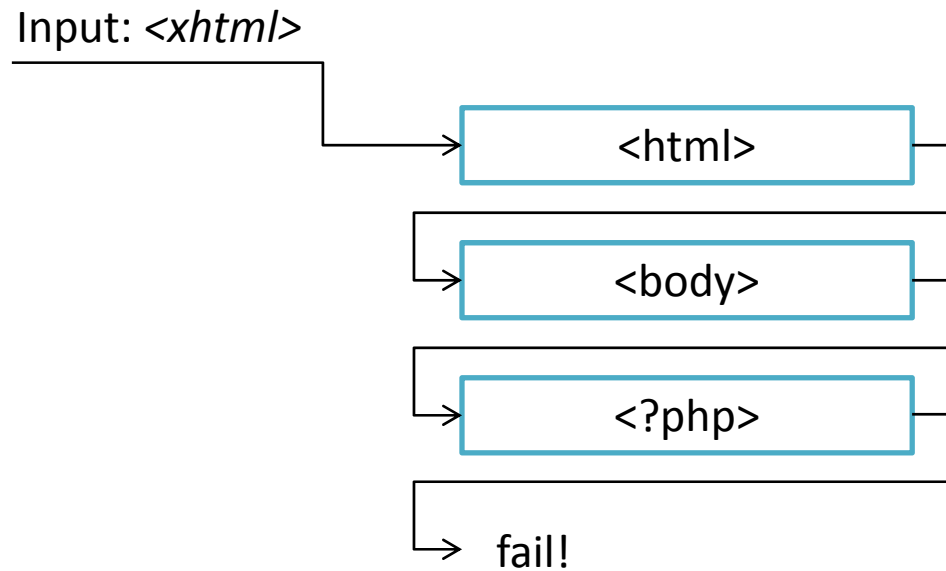
```
  second f = id *** f
```

```
  (***) f g ~ (x,y) = (f x, g y)
```

---

# Parser-Beispiel

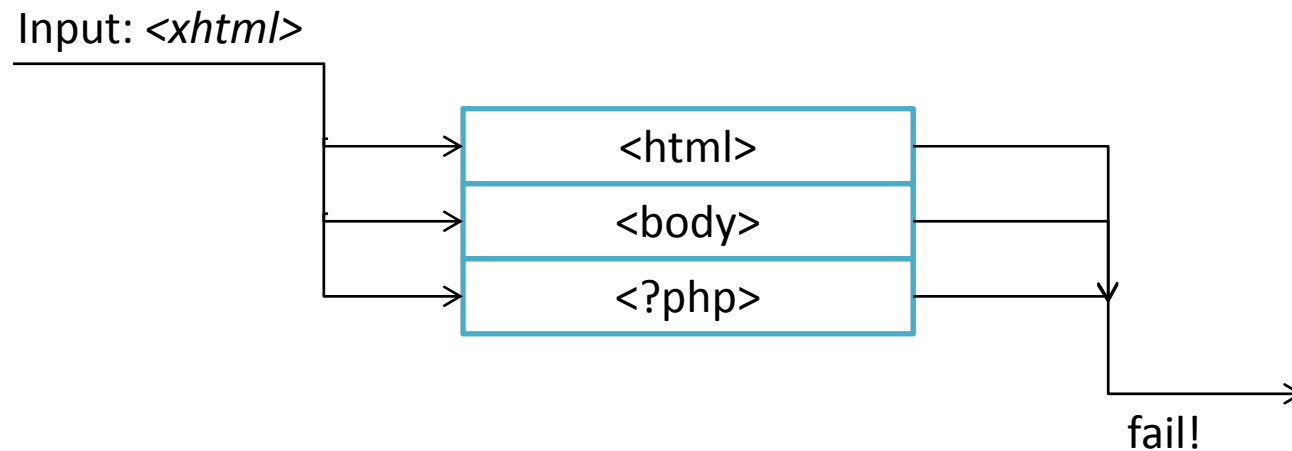
- Monadischer HTML-Parser



- Ineffizient!

# Parser-Beispiel

- Erweiterung von Swierstra und Duponcheel: Vorausschauendes Parsen





---

# Parser-Beispiel

- Monadischer Parser

```
newtype Parser s a = P ([s] -> Maybe (a,[s]))

symbol :: s -> Parsers s s
symbol s = P (\xs -> case xs of
    [ ] -> nothing
    (x : xs') -> if x == s
        then just (s, xs')
        else nothing )
```

---

# Parser-Beispiel

- Monadische Parser kombinieren

```
instance MonadPlus Parsers where
```

```
P a (+++) P b = P (\s -> case a s of
```

```
    Just (x, s') -> Just (x, s')
```

```
    Nothing -> b s )
```

- Problem: „Space Leak“

# Parser-Beispiel

- Erweiterung

```
data Parser s a b = P (StaticParser s) (DynamicParser s a b)
```

```
data StaticParser s = SP Bool [s]
```

```
newtype DynamicParser s a b = DP ( (a, [s]) -> (b, [s]) )
```

```
spChar :: Char -> StaticParser Char
```

```
spChar c = SP False [c]
```

```
dpChar :: Char -> DynamicParser Char Char Char
```

```
dpChar c = DP ( \ ( _ , x:xs) -> (c, xs) )
```

```
simple :: Char -> Parser Char Char Char
```

```
simple c = P (spChar c) (dpChar c)
```

# Parser-Beispiel

**Instance MonadPlus Parsers where**

```
P (SP empty1 start1) DP (dp1) (+++) P (SP empty2 start2) DP (dp2) =
  P (
    SP (empty1 || empty2) (start1++start2)
    DP (\xss -> case xss of
      [] = if empty1 then dp1 [] else dp2 []
      j@(x:xs) =
        if x `in` start1 then dp1 j else
        if x `in` start2 then dp2 j else
        if empty1 then dp1 j else dp2 j
    )
  )
```

---

# Parser-Beispiel

- Bind-Operator

$(\gg=) :: \text{Parsers } s \ a \ \rightarrow (a \ \rightarrow \text{Parsers } s \ b) \ \rightarrow \text{Parsers } s \ b$

- ... ist nicht möglich, da der statische Teil von  $a$  „vergessen“ wird.

# Parser-Beispiel

- Arrow-Parser

```
Instance Arrow (Parser s) where
```

```
arr :: Arrow a => (b -> s) -> a b s
```

```
arr f = P (SP True [ ]) (DP (\ (b,s) -> (f b, s) ) )
```

```
P (SP empty1 start1) DP (dp1) >>> P (SP empty2 start2) DP (dp2) =
```

```
  P (
```

```
    SP (empty1 && empty2)
```

```
      (start1 `union` if empty1 then start2 else [ ])
```

```
    DP (dp1 . dp2)
```

```
  )
```

---

# Anwendungsbeispiele von Arrows

- Parser (z.B. auch HXT)
- Automaten
- Stream-Computing

---

# Fazit

- Mächtiges Konzept für funktionsartige Vorgänge
- Allgemeinerer Entwurf als Monaden
- Weg von Pure-Functions
- Verständnis ist „nicht einfach“



---

# Quellen (einige)

- <http://www.haskell.org/haskellwiki>
- <http://www.wikibooks.org>
- John Hughes: Generalising Monads to Arrows:  
<http://www.cs.chalmers.se/~rjmh/Papers/arrows.pdf>
- John Hughes: Programming with Arrows:  
<http://www.cs.chalmers.se/~rjmh/afp-arrows.pdf>
- Hudak, Courtney, Nilsson, Peterson: Arrows, Robots and Reactive Functional Programming  
<http://www.haskell.org/yale/papers/oxford02/.oxford02.pdf>
- Albert Lai: HXT Arrow Lessons:  
<http://www.vex.net/~trebla/haskell/hxt-arrow/index.xhtml>