Aufgabe 3

$$p(x) = -\frac{1}{2}\cdot(x-1)\cdot(x-5)$$

↳ nach unten geöffnet, Scheitelpunkt ist ein Hochpunkt

Nullstellen einfach berechenbar

$$-\frac{1}{2}\cdot\underbrace{(x-1)}_{\text{Faktor wird für } x=1 \text{ zu Null}}\cdot\underbrace{(x-5)}_{\text{Faktor wird für } x=5 \text{ zu Null}}$$

$x_{N_1} = 1$

$x_{N_2} = 5$

Scheitelpunkt mit der Scheitelpunktform ermittelbar:

$$p(x) = -\frac{1}{2}\cdot(x-1)\cdot(x-5) = -\frac{1}{2}\cdot(x^2-6x+5)$$

$$p(x) = -\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{2} \quad \Big|\cdot(-2)$$

$-2\cdot p(x) = x^2-6x+5 \quad \Big|$ quadratische Ergänzung

$$-2\cdot p(x) = x^2-6x+3^2-3^2+5$$

$$-2\cdot p(x) = \boxed{(x-3)^2}\boxed{-4} \quad \Big|:(-2)$$

$$-3^2+5=-9+5=-4$$

$$p(x) = -\frac{1}{2}\cdot(x-3)^2+2 \qquad P_S(3|2)$$

Vielleicht einfacher für den Scheitelpunkt:

$$\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

erste Nullstelle

zweite Nullstelle

genau in der Mitte muss die x-Koordinate vom Scheitelpunkt liegen

$$p(3) = -\frac{1}{2}\cdot(3-1)\cdot(3-5) = -\frac{1}{2}\cdot 2\cdot(-2) = 2$$ y-Koordinate

Schnittstelle y-Achse: $p(0) = -\frac{1}{2}\cdot(0-1)\cdot(0-5) = -\frac{5}{2}$

Schnittpunkt mit $g(X) = -6$

$p(x) = g(x)$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} = -6 \quad \Big| + \frac{12}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} + \frac{12}{2} = 0$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{7}{2} = 0 \quad \Big| \cdot (-2)$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0 \qquad p = -6 \quad q = -7$$

$$x_{1/2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - (-7)} = 3 \pm \sqrt{9+7} = 3 \pm \sqrt{16} = 3 \pm 4$$

$$x_1 = 3 + 4 = 7 \qquad x_2 = 3 - 4 = -1$$

Zur Probe mal eingesetzt in die Parabel

$$p(7) = -\frac{1}{2} \cdot (7-1) \cdot (7-5) = -\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = -6$$

$$p(-1) = -\frac{1}{2} \cdot (-1-1) \cdot (-1-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot (-6) = -6$$

Da $g(x) = -6$ für alle x-Werte -6 liefert, stimmen die y-Werte welche mit der Parabel berechnet.

Schnittpunkte:

$P_1(7|-6)$

$P_2(-1|-6)$


-2
8
-5
Hochpunkt
Nullstelle
Nullstelle
Schnittstelle y-Achse
p(x)
Schnittpunkt g(x)
g(x) = -6
Schnittpunkt g(x)