Aufgabe 2

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

Folgender Ausdruck zu entwickeln

$$\left(\underbrace{2x}_{a} + \left(\underbrace{-2y}_{b}\right)\right)^{\overset{n}{4}}$$

Demnach entstehen fünf Summanden

Entwicklungsschritt

$$\binom{4}{0}\cdot(2x)^4\cdot(-2y)^0$$
$$+\binom{4}{1}\cdot(2x)^3\cdot(-2y)^1$$
$$+\binom{4}{2}\cdot(2x)^2\cdot(-2y)^2$$
$$+\binom{4}{3}\cdot(2x)^1\cdot(-2y)^3$$
$$+\binom{4}{4}\cdot(2x)^0\cdot(-2y)^4$$

Nebenrechnung:

$$\binom{4}{0}=1$$
$$\binom{4}{1}=\frac{4}{1}=4$$
$$\binom{4}{2}=\frac{4\cdot 3}{1\cdot 2}=\frac{12}{2}=6$$
$$\binom{4}{3}=\frac{4\cdot\cancel{3}^{1}\cdot\cancel{2}^{1}}{1\cdot\cancel{2}_{1}\cdot\cancel{3}_{1}}=4$$
$$\binom{4}{4}=\frac{\cancel{4}^{1}\cdot\cancel{3}^{1}\cdot\cancel{2}^{1}\cdot 1}{1\cdot\cancel{2}_{1}\cdot\cancel{3}_{1}\cdot\cancel{4}_{1}}=1$$

Binomialkoeffizienten und Potenzen auflösen

$$1 \cdot 16x^4 \cdot 1$$
$$- 4 \cdot 8x^3 \cdot 2y$$
$$+ 6 \cdot 4x^2 \cdot 4y^2$$
$$- 4 \cdot 2x \cdot 8y^3$$
$$+ 1 \cdot 1 \cdot 16y^4$$

Das negative Vorzeichen wegen $(-2y)^1 = -2y$

$(-2y)^3 = -8y^3$

(*) Zusammenfassen

$$(*) = 16x^4 - 64x^3y + 96x^2y^2 - 64xy^3 + 16y^4$$