

$$\binom{10}{5} = \frac{\overset{2}{10} \cdot \overset{3}{9} \cdot \overset{1}{8} \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot \underset{1}{2} \cdot \underset{1}{3} \cdot \underset{1}{4} \cdot \underset{1}{5}} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 = 252$$

$$\hookrightarrow \frac{\overset{2}{10} \cdot \overset{3}{9} \cdot \overset{2}{8} \cdot 7 \cdot \overset{3}{6}}{1 \cdot \underset{1}{2} \cdot \underset{1}{3} \cdot \underset{1}{4} \cdot \underset{1}{5}} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 = 252$$

$$\binom{10}{5} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{10}{1} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{6}{5} =$$

①  $10 \div 1 \cdot 9 \div 2 \cdot 8 \div 3 \cdot 7 \div 4 \cdot 6 \div 5 =$

$$1 \cdot 10 = 10 \div 1 = 10 \cdot 9 = 90 \div 2 = 45 \cdot 8 = 360 \div 3 = 120 \cdot 7 = 840$$

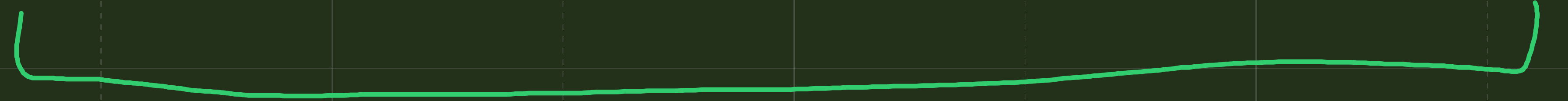
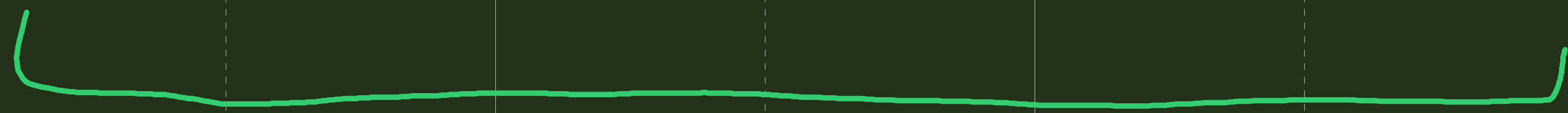
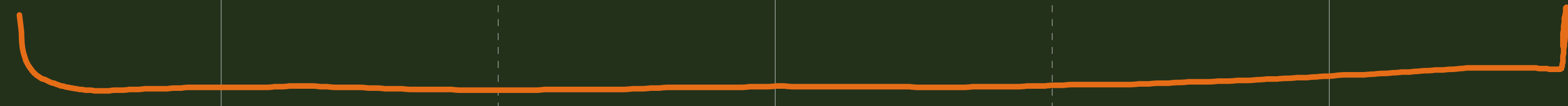
$$840 \div 4 = 210 \cdot 6 = 1260 \div 5 = \underline{\underline{252}}$$

Startwert

Ergebnis 😊

# Nebenbeobachtung

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



usw.



```

Program bilkom;
var n, r, oben, unten, ergebnis: integer;
begin
  readln(n); readln(r);
  oben := n; unten := 1;
  ergebnis := 1;
  while (unten <= r) do begin
    ergebnis := ergebnis * oben;
    ergebnis := ergebnis div unten;
    oben := oben - 1; unten := unten + 1;
  end;
  writeln(ergebnis);
end.

```

Benutzer immer geben  
sinnvolle Daten ein 😊

				1					$n=0$	
					1	1			$n=1$	
					1	2	1		$n=2$	
					1	3	3	1	$n=3$	
					1	4	6	4	1	$n=4$
					$\binom{4}{0}$	$\binom{4}{1}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{4}{3}$	$\binom{4}{4}$	

$$\begin{matrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ \binom{4}{0} & \binom{4}{1} & \binom{4}{2} & \binom{4}{3} & \binom{4}{4} \end{matrix}$$

$$1 \cdot \frac{4}{1} \rightarrow 4 \cdot \frac{3}{2} \rightarrow 6 \cdot \frac{2}{3} \rightarrow 4 \cdot \frac{1}{4} \rightarrow 1$$

interaktive Berechnung  
einer Zeile im  
Pascalschen Dreieck

$$\sum_{k=1}^5 = 5$$

$$1 \cdot \frac{5}{1} \quad 5 \cdot \frac{4}{2} \quad 10 \cdot \frac{3}{3} \quad 10 \cdot \frac{2}{4} \quad 5 \cdot \frac{1}{5} \quad 1$$

praktische Anwendung: vorherige Zeilen  
im Pascalschen Dreieck müssen nicht  
bekannt sein.



never betradtuy:

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$$

$$4! = 3! \cdot 4$$

$$3! = 2! \cdot 3$$

$$2! = 1! \cdot 2$$

$$1! = 0! \cdot 1$$

$$0! = 1$$



$$\binom{4}{3} = \binom{3}{2} + \binom{3}{3}$$

				1		
			1	1		
		1	2	1		
	1	3	$\boxed{3}$	$\boxed{1}$		
	$\binom{3}{0}$	$\binom{3}{1}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{3}{3}$		
1	4	6	$\boxed{4}$			
$\binom{4}{0}$	$\binom{4}{1}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{4}{3}$	$\binom{4}{4}$		

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$k, n \in \mathbb{N}^*$

rekursive  
Definition

$n=3$

von Binomial-  
koeffizienten

$n=4$

Und was ist an den Rändern?

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$\binom{4}{0} = \binom{3}{-1} + \binom{3}{0}$$

Das ist so nicht berechenbar wegen

$$\binom{4}{4} = \binom{3}{3} + \binom{3}{4}$$

$$1 = 1 + 0$$

$$\binom{3}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 1$$

$$\binom{3}{4} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{0}{24} = 0$$

Dividieren durch Null ?

Zum Beispiel:  $\frac{42}{0} = ?$   $\frac{0}{0} = ?$

ermittelt  
als undefiniert

$$b \cdot x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{b}$$

Für  $\frac{42}{0}$  ist  $a=42, b=0$

$$0 \cdot x = 42$$

0.  $\frac{42}{0}$  müsste  
42 sein  
ist es aber  
nicht, weil mit  
Null multipliziert  
ist das Ergebnis  
Null und nicht  
42  $\begin{pmatrix} 00 \\ 42 \end{pmatrix}$



$$b. \quad x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{b}$$

für  $\frac{0}{0}$  ist  $a=0$  und  $b=0$

$$0 \cdot x = 0$$

Also  $\frac{0}{0}$   
ist unbestimmt

↗ für  $x$  kann jeder beliebige Wert eingesetzt, denn mit null multipliziert ergibt immer als Ergebnis Null