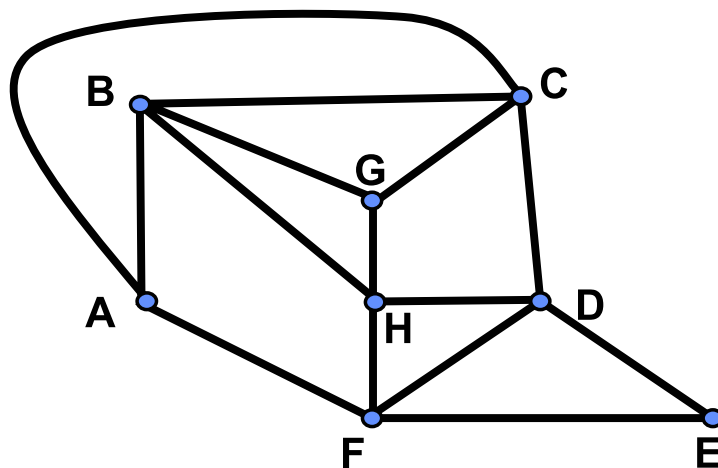
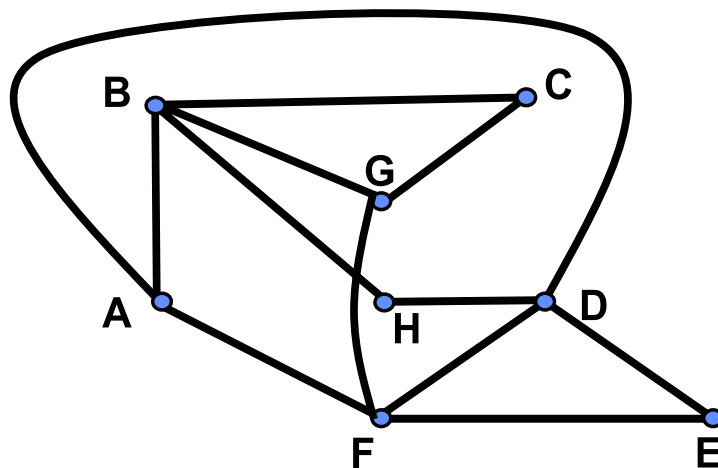


Aufgabe 1

- a) Finden Sie im folgenden Graphen einen Eulerkreis (oder Eulerweg) und einen Hamiltonkreis, falls das möglich ist. Begründen Sie gegebenenfalls, warum es nicht geht:



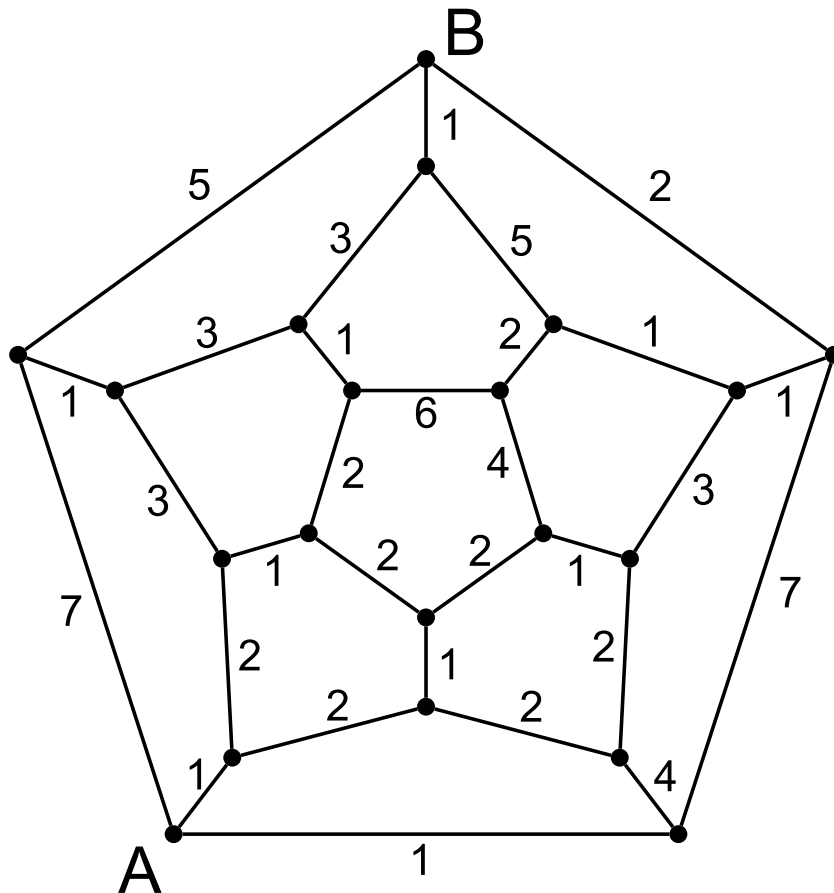
- b) Ergibt der folgende Graph andere Resultate?



Zusatzaufgabe: Zeigen Sie in den Graphen, in denen es einen Eulerweg oder Eulerkreis gibt, eine Wegführung auf, die nicht genommen werden darf, weil der Restgraph nicht mehr zusammenhängend ist oder die Zielecke nicht mehr enthält.

Aufgabe 2

Berechnen Sie in dem gewichteten Dodekaedergraphen den kürzesten Weg von A nach B mit dem Algorithmus von Dijkstra. Sie müssen nicht alle Zwischenschritte angeben, aber zeichnen Sie die kürzesten Wege zu allen Punkten ein, die dieser Algorithmus berechnet hat.

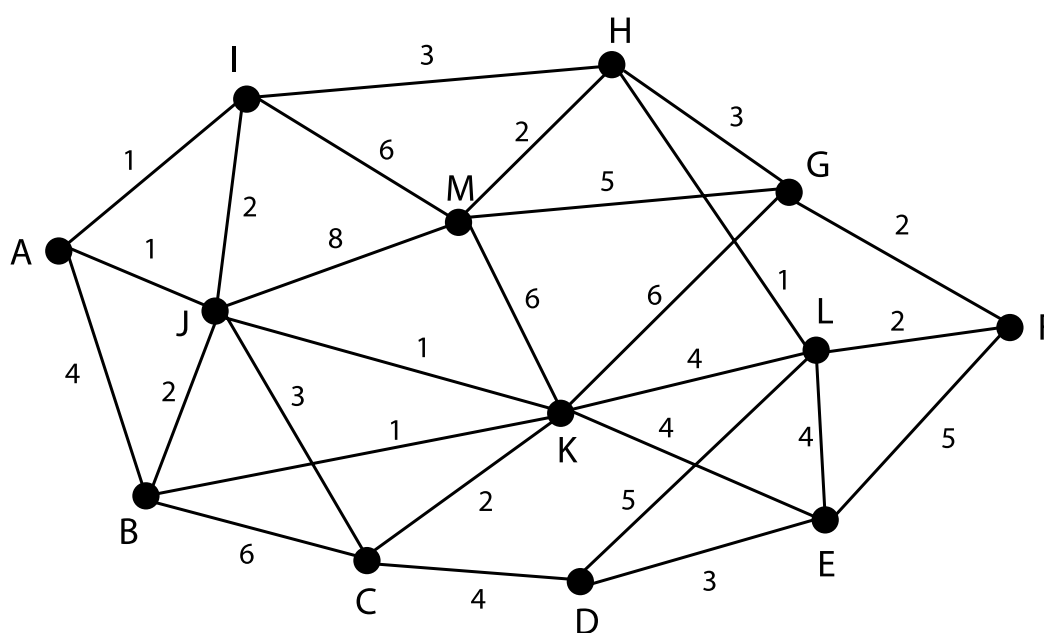


Aufgabe 3

Bilden Sie im folgenden Graphen Gerüste, die folgende Größen minimieren:

- Gesamtlänge der Wege von K zu allen anderen Ecken (Dijkstra)
- Gesamtlänge aller Kanten (Kruskal)

Berechnen Sie die Gesamtlänge der Wege von K sowie aller Kanten für beide Gerüste.

**Aufgabe 4**

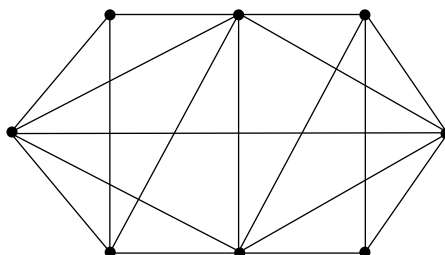
Zeichnen Sie:

- einen binären Suchbaum mit genau 25 Knoten und minimaler Suchtiefe.
- einen ternären Suchbaum mit genau 25 Knoten und minimaler Suchtiefe.
- einen 5-ären Suchbaum mit genau 25 Knoten und minimaler Suchtiefe.
- Lösen Sie die Aufgaben a) bis c) mit 25 Blättern statt Knoten.

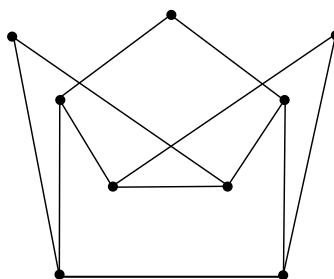
Aufgabe 5

Finden Sie zu den angegebenen Graphen heraus, ob diese planar sind, und begründen Sie die Antwort:

a) Graph 1



b) Graph 2



Aufgabe 6

¹ Betrachten Sie die Karte der Kantone der Schweiz (siehe nächste Seite) und stellen Sie sich die Aufgabe, jeden Kanton mit einem Nachbarkanton zu verbinden, wobei Sie Exklaven als zu diesem Kanton gehörig betrachten sollen und natürlich dieselbe Farbe geben sollen wie der Hauptfläche. Betrachten Sie das die Schweiz umgebende Ausland als einen Kanton (analog zum Meer bei Kontinenten).

- Zeigen Sie, dass der so entstehende Graph einen $K_{3,3}$ enthält und damit nicht planar ist.
Tipp: Wenn Sie das Ausland nicht beteiligen, gelingt Ihnen das nicht!
- Zeigen Sie, dass man die Kantone der Schweiz tatsächlich nicht mit 4 Farben färben kann und geben Sie dafür einen Grund an, der sich auf Erkenntnissen aus der Vorlesung stützt, indem Sie noch einen anderen entsprechenden Teilgraphen finden, der auch nicht erlaubt ist.

¹siehe analoge Aufgabe 7.11 aus dem Lehrbuch und die Lösung auf der Webseite zum Buch

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 12 (7 Aufgaben)

Seite 5/8



Aufgabe 7

Die folgende Karte von Europa ist so gefärbt, dass benachbarte Länder jeweils eine andere Farbe haben (das Meer eingeschlossen). Die Karte kommt mit 4 verschiedenen Farben aus.



- Finden Sie alle Fehler und färben Sie die Länder entsprechend um, sodass die Färbung wieder zulässig ist.
Hinweis: Es sind 3 Fehler, von denen einer schwer zu sehen ist: Kroatien und Montenegro sind bei Dubrovnik benachbart und dürfen nicht dieselbe Farbe haben.
- Begründen Sie, warum diese Färbung minimal ist, d.h. mit 3 Farben geht es nicht.
- Färben Sie nach demselben Prinzip Amerika (den gesamten Kontinent) mit einer minimalen Anzahl von Farben. (Karte siehe nächste Seite)
- Führen Sie dieselbe Aufgabe für Nord- und Mittelamerika durch (von Alaska bis Panama) (Karte siehe übernächste Seite)

Name:

Tutor:

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 12 (7 Aufgaben)

Seite 7/8

Karte Amerika



Quelle: <http://www.freeusandworldmaps.com>

Name:

Tutor:

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 12 (7 Aufgaben)

Seite 8/8

Karte Nordamerika



Quelle: <http://www.freeusandworldmaps.com>