Name: Tutor:

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 11 (8 Aufgaben)

fhwedel UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1

Was bietet mehr Schutz vor Diebstahl? Ein 6-stelliges Zahlenschloss mit jeweils 4 Ziffern oder ein 4-stelliges Zahlenschloss mit jeweils 6 Ziffern? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2

Beweisen Sie folgenden Hilfssatz für die mengentheoretische Interpretation des Binomialkoeffizienten auf Folie DM6-4 formal mit vollständiger Induktion über n:
Gegeben eine Menge M mit n Elementen. Dann beträgt die Anzahl der k-Tupel aus verschiedenen Elementen ($1 \leq k \leq n$):

$$\prod_{i=1}^{k}(n-i+1) \;=\; n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

Hinweis: Orientieren Sie sich beim Induktionsschluss am Beweis für die Anzahl der Permutationen: Wählen Sie das erste Element aus. Wie viele Möglichkeiten gibt es? Kombinieren Sie das mit den restlichen Möglichkeiten und setzen Sie dafür die Induktionsannahme ein.

Aufgabe 3

Welchen Koeffizienten hat der Term $a^3bc^4d^2$ in $(a+b+c+d)^{10}$?

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst, wie viele Möglichkeiten Sie haben, einen Koeffizienten für a^3 auszuwählen, danach wie viele übrig bleiben, um dann noch einen für b auszuwählen, usw.

Aufgabe 4

Gegeben seien die Permutationen (2 5 4 3)(1 6) und (2 5 4)(3 1 6).

a) Schreiben Sie beide Permutationen als Tabelle und als Anordnung auf.

b) Geben Sie von beiden Permutationen eine minimale Zerlegung in Transpositionen an.

c) Fügen Sie jeder Zerlegung noch zwei weitere Transpositionen hinzu und ziehen Sie diese so weit wie möglich auseinander, ohne die Permutation zu verändern.

d) Verknüpfen Sie die beiden Permutationen in beiden Reihenfolgen.

Aufgabe 5

Gegeben sei die Permutation (20 2 5) (4 12 10 13 19) (3 9 7 21 15) (11 14 17) (1 16 6 8 18).

Ist die Permutation gerade oder ungerade? *(Hinweis: Lösungszeit* < 1 *Minute).*

Aufgabe 6

Betrachten Sie die Gruppe S_4 aller Permutationen der Zahlen $1, 2, 3, 4$:

a) Verknüpfen Sie zwei gerade Permutationen (ungleich der Identitätsabbildung) und zeigen Sie, dass das Ergebnis tatsächlich wieder gerade ist.

b) Zeigen Sie am selben Beispiel von a), dass die Verknüpfung nicht kommutativ ist.

c) Zeigen Sie an einem Beispiel, dass die Verknüpfung zweier ungerader Permutationen keine ungerade Permutation ergibt und daher die Menge der ungeraden Permutationen keine Untergruppe von S_4 bildet.

Aufgabe 7

a) Bestimmen Sie die Ordnung der Permutation (1 3 6 4) und weisen Sie diese nach indem Sie (1 3 6 4) mit sich selbst verknüpfen, bis das neutrale Element (1) herauskommt.

b) Bestimmen Sie die Ordnung der Permutation (1 3) (6 4 5) und weisen Sie diese nach.

c) Konstruieren Sie mit den Erkenntnissen von a) und b) ein Element maximaler Ordnung in S_7:
Zeigen Sie, wie groß die Ordnung ist und begründen Sie informell, warum es kein Element größerer Ordnung geben kann.[1]

[1]Dieser Aufgabenteil ist etwas für Knobler.

Aufgabe 8

a) Bilden Sie die Adjazenzmatrix des folgenden Graphen.

b) Kennzeichnen Sie alle Schlingen und Mehrfachkanten

c) Begründen Sie, warum der Graph keinen Eulerkreis hat.

d) Fügen Sie möglichst wenige Kanten hinzu, sodass der Graph einen Eulerkreis hat!