Name: Tutor:

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 03 (6 Aufgaben)

Aufgabe 1

Bestimmen Sie, ob wahr oder falsch!

a) $(3, 4) = (4, 3)$

b) $\{3, 4\} = \{4, 3\}$

c) $(1, 2) \in \{(3, 1), (2, 1), (4, 8)\}$

d) $\{(1, 2)\} \subseteq \{(3, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 8), (3, 2)\}$

e) $\{(1, 2)\} \in \{(3, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 8), (3, 2)\}$

f) $\{(1, 2)\} \subseteq \{\{3, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{4, 8\}, \{3, 2\}\}$

g) $\{(1, 2)\} \in \{\{3, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{4, 8\}, \{3, 2\}\}$

h) $\{(1, 2)\} \subseteq \{3, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 8, 3, 2\}$

i) $\{1, 2\} \subseteq \{3, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 8, 3, 2\}$

Aufgabe 2

Bilden Sie die folgenden Mengen:

a) $(\{1, 2\} \times \{3\}) \times \{4\}$

b) $\{1, 2\} \times (\{3\} \times \{4\})$

c) $\mathcal{P}(\{1, 2\} \times (\{3\} \times \{4\}))$

d) $\{1, 2\} \times \{3, 4\}$

Aufgabe 3

Jede der folgenden Bedingungen definiert eine Relation auf $\mathbb{Z}$. Entscheiden Sie jeweils, ob die Relation reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv oder linear ist.

a) $x \sim y \;\Leftrightarrow\; x + y$ ist eine ungerade ganze Zahl

b) $x \sim y \;\Leftrightarrow\; x + y$ ist eine gerade ganze Zahl

c) $x \sim y \;\Leftrightarrow\; xy$ ist eine ungerade ganze Zahl

d) $x \sim y \;\Leftrightarrow\; x - y$ ist nicht negativ

e) $x \sim y \;\Leftrightarrow\; x + xy$ ist eine gerade ganze Zahl[1]

Aufgabe 4

Konstruieren Sie für $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ eine Äquivalenzrelation $R \subset M \times M$, die aus 4 Äquivalenzklassen besteht. Dabei soll die erste Äquivalenzklasse aus genau einem Element, die zweite und die dritte jeweils aus genau zwei Elementen und die vierte aus genau drei Elementen bestehen.

Definieren Sie die Relation R sowohl durch Angabe der Äquivalenzklassen als auch in Elementdarstellung.

Aufgabe 5

Gegeben sei die Menge $M = \{a, b, c, d, e\}$

a) Konstruieren Sie eine Äquivalenzrelation auf M, welche die Elemente (a, c) und (c, e) enthält, aber nicht die Elemente (a, b) und (b, d). Geben Sie die Äquivalenzklassen an!

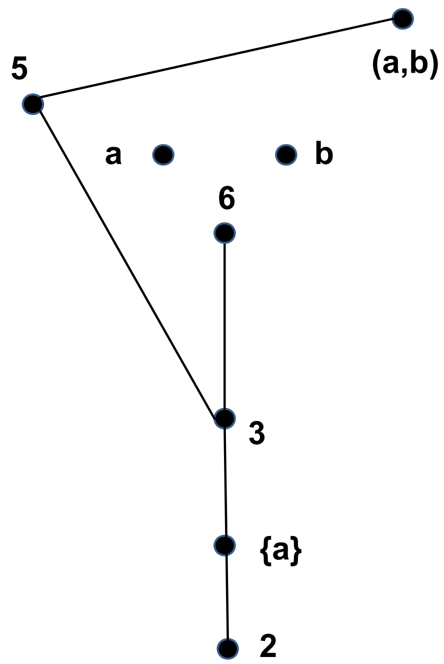
b) Konstruieren Sie eine totale Ordnungsrelation auf M, welche die Elemente (a, c) und (c, e) enthält, aber nicht die Elemente (a, b) und (b, d). Geben Sie das Hasse-Diagramm an!

c) Konstruieren Sie eine partielle Ordnungsrelation auf M, welche die Elemente (a, c) und (c, e) enthält, aber nicht die Elemente (a, b) und (b, d), und welche sich größtmöglich von der Ordnungsrelation von Aufgabenteil b) unterscheidet. Geben Sie das Hasse-Diagramm an!

[1] Dieser Aufgabenteil ist eine besondere Herausforderung.

Aufgabe 6

Gegeben sei das folgende Hassediagramm:



a) Geben Sie die zugehörige Menge M an, für die das Hassediagramm eine Ordnungsrelation beschreibt.

b) Stellen Sie die Ordnungsrelation in Aufzählungsschreibweise (Elementdarstellung) dar. Hinweis: Es sind 21 Elemente.

c) Markieren Sie die minimalen und maximalen Elemente.

d) Ist die Ordnungsrelation total oder partiell? Begründen Sie Ihre Antwort.