Name: Tutor:

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 02 (8 Aufgaben)

fhwedel UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1

Sei S die Menge aller Studenten, F die Menge aller Fächer und $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ die Menge aller Klausurnoten.

Gegeben sei das folgende Prädikat:

- $hatKlausurnote(x, y, z)$ bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat.

Beschreiben Sie mit prädikatenlogischen Verknüpfungen, die ausschließlich dieses Prädikat sowie Vergleichsprädikate benutzen, folgende Prädikate:

a) $bestehtKlausur(x, y)$ bedeutet, dass x die Klausur im Fach y besteht.

b) $hatChancen(x)$ bedeutet, dass x irgendeine Klausur besteht.

c) $mindestensSoHart(x, y)$ bedeutet, dass alle Studierenden, die im Fach y durchfallen, auch in x duchfallen.

Verwenden Sie dafür die Charakterisierung, dass man ein Fach besteht, wenn man in der Klausur keine 5 hat, und dass man in einem Fach durchfällt, wenn man in der Klausur eine 5 hat.

Aufgabe 2

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte jeweils durch eine prädikatenlogische Verknüpfung aus, die ausschließlich die vier Prädikate aus Aufgabe 1 benutzt sowie Vergleichsprädikate:

a) Keiner, der im Brückenkurs durchfällt, hat Chancen.

b) Analysis ist mindestens so hart wie DM und PS1.

c) Nur Studierende, die den Brückenkurs bestehen, haben Chancen.

d) Studierende, die den Brückenkurs bestehen, bestehen auch andere Klausuren.

e) Niemand hat in DM und PS1 Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.

f) Karl ist in Analysis durchgefallen, hat aber Chancen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

g) Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht PS1.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 3

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$$L(x, y) : \text{x liebt y} \qquad F(x) : \text{ x ist weiblich} \qquad M(x) : \text{x ist männlich}$$

Beschreiben Sie in einem deutschen Satz, was die folgenden Aussagen bedeuten. Äußern Sie sich dazu, ob Sie die Aussage für stark (schwierig erfüllbar) oder schwach (leicht erfüllbar) halten.

a) $\forall x : M(x) \rightarrow L(x, x)$

b) $\forall x : M(x) \wedge L(x, x)$

c) $\forall x \forall y : (F(x) \wedge M(y) \wedge L(x, y)) \rightarrow (\exists z : L(y, z) \wedge (z \neq y))$

d) $\forall x \forall y : (F(x) \wedge (\exists z : L(y, z) \wedge (z \neq y)) \rightarrow M(y) \wedge L(x, y))$

Aufgabe 4

Betrachten Sie die folgenden Mengen:

a) $\{1, 2, 3\}$

b) $\{\{1, 2, 3\}\}$

c) $\{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$

d) $\{\{1, 2, 3\}, 1, 2, 3\}$

e) $\{\{1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3\}\}$

f) $\{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

g) $\{1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3\}$

h) $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$

Fassen Sie diese Mengen zu Ansammlungen zusammen, die untereinander gleich sind, und begründen Sie in Worten, warum die zu verschiedenen Ansammlungen gehörenden Mengen nicht gleich sind.

Aufgabe 5

Beschreiben Sie die Menge M (durch Aufzählung), die durch

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$$

definiert ist ($\mathbb{N} :=$ Menge der natürlichen Zahlen).

Aufgabe 6

Geben Sie folgende Mengen in Elementschreibweise an:

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \cup \{0\} : x < 5\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in A : 2 \cdot x = y\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in A : 2 \cdot y = x\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in A : x - y = -x\}$

e) $E = \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in A : y = -(x-1)^2\}$

Aufgabe 7

Gegeben seien die folgenden Mengen A, B und C:

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{0, 3, 6, 9\}$

$C = \{4, 6, 9, 12\}$

Geben Sie die Elemente der folgenden Mengen an:

a) $A \cap C$

b) $B \cup C$

c) $A \cap B \cap C$

d) $(A \cup B) \cap (A \cap C)$

e) $B \setminus C$

f) $B \triangle C$

Aufgabe 8

Bestimmen Sie, ob wahr oder falsch!

a) $\{\} \subseteq \{a, b, c\}$

b) $\{b\} \subseteq \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

c) $\{a\} \in \{a, b, c\}$

d) $\{b\} \subseteq \{a, b, c, d, e\}$

e) $\{1\} \in \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

f) $\{a, b, c\} \subseteq \{\{a\}, b, c, \{d\}, e\}$