Name: Tutor:

Diskrete Mathematik SS 2020

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski, Cordula Eichhorn

Übungsblatt 01 (7 Aufgaben)

Aufgabe 1

Formen Sie aus den vorgegebenen aussagenlogischen Formeln natürlichsprachige Sätze.

Beispiel:		$(p \to q)$
	Übersetzungs-schlüssel:	p: Wir haben mehr Tore geschossen. q: Der Gegner hat verloren.
	Lösung:	Falls wir mehr Tore geschossen haben, hat der Gegner verloren.

a) $(\neg p \to \neg q)$

p: n ist durch 15 teilbar.
q: n ist durch 5 teilbar.

b) $(\neg p \leftrightarrow q)$

p: Draussen herrschen Plusgrade (Null Grad und mehr).
q: Draussen herrschen Minusgrade (weniger als null Grad).

c) $((p \vee \neg q) \to r)$

p: Das Fahrrad hat einen Platten.
q: Es ist schönes Wetter.
r: Man sollte mit dem Bus zur FH fahren.

Aufgabe 2

Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Äquivalenzregeln mit einer Wahrheitstafel:

a) Ersetzung der Implikation durch $\neg$ und $\vee$ (Regel 2 auf Folie DM1-11)

b) Ersetzung der Äquivalenz durch Implikationen (Regel 3 auf Folie DM1-11)

Aufgabe 3

Beweisen Sie das Gesetz des logischen Ausschlusses (Folie DM1-12) mit Hilfe des Distributivgesetzes und der logischen Einschränkung.

Aufgabe 4

a) Betrachten Sie die Aussageform:

$$\forall x \in D\ \exists y \in D : y \cdot y = x$$

Setzen Sie für D eine der Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}_0^+$, $\mathbb{R}_0^+$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ ein, sodass diese Aussageform eine wahre Aussage wird, und setzen Sie für D eine dieser Zahlenmengen ein, sodass diese Aussageform eine falsche Aussage wird.

b) Versuchen Sie dasselbe wie zuvor mit den Aussageformen:

$$\forall x \in D\ \exists y \in D : x \cdot x = y \quad \text{und} \quad \exists x \in D\ \forall y \in D : x \cdot x = y$$

Begründen Sie, warum bei diesen beiden Aussageformen jeweils immer nur derselbe Wahrheitswert erzielt werden kann.

Aufgabe 5

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y

V(x,y): x ist mit y verheiratet

F(x): x ist weiblich

M(x): x ist männlich

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen, die hier nicht definiert sind.

a) Anna ist eine Frau, Bernd und Erwin sind Männer.

b) Anna liebt Bernd, ist aber mit Erwin verheiratet.

c) Erwin liebt alle Frauen.

d) Nur Anna liebt Bernd.

e) Nur Personen verschiedenen Geschlechts dürfen miteinander verheiratet sein.

f) Es gibt keine Person, die beiderlei Geschlechts ist.

g) Miteinander verheiratet zu sein beruht auf Gegenseitigkeit.

h) Jeder Mensch hat höchstens einen Ehepartner.

Aufgabe 6

Nehmen Sie an, dass alle Aussagen in Aufgabe 5 wahr sind und machen Sie eine Aussage zu den folgenden Fragen. Geben Sie als Antwort: „stimmt“, „stimmt nicht“oder „kann nicht beantwortet werden“. Geben Sie in den ersten beiden Fällen auch an, welche Aussagen aus Aufgabe 5 zur Begründung herangezogen werden müssen.

a) Erwin liebt Anna

b) Bernd ist mit Anna verheiratet.

c) Erwin liebt Bernd.

Aufgabe 7

Gegeben seien folgende Prädikate:

- gleich (x,y) bedeutet, dass x gleich y ist.
- wohntIn (x,y) bedeutet, dass x im Ort y wohnt.
- liegtIn (x,y) bedeutet, dass x im Ort y liegt.
- studiertAn (x,y) bedeutet, dass x an der Hochschule y studiert.

Geben Sie zunächst die jeweiligen Definitionsbereiche an, aus denen die Parameter x und y in den einzelnen Prädikaten gewählt werden dürfen.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine logische Verknüpfung dieser Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Prädikaten.

a) Anna wohnt in Hamburg und studiert an der FH Wedel.

b) In jeder Stadt, die eine Hochschule hat, wohnen auch Leute, die an dieser Hochschule studieren.

c) Wenn Otto studiert, dann nur an einer Hochschule in der Stadt, in der er wohnt.

d) Anna wohnt im selben Ort wie Otto, studiert aber an einer anderen Hochschule.

Folgt aus diesen Sachverhalten, dass Hamburg eine Hochschule hat? Begründen Sie Ihre Antwort!