

GPS

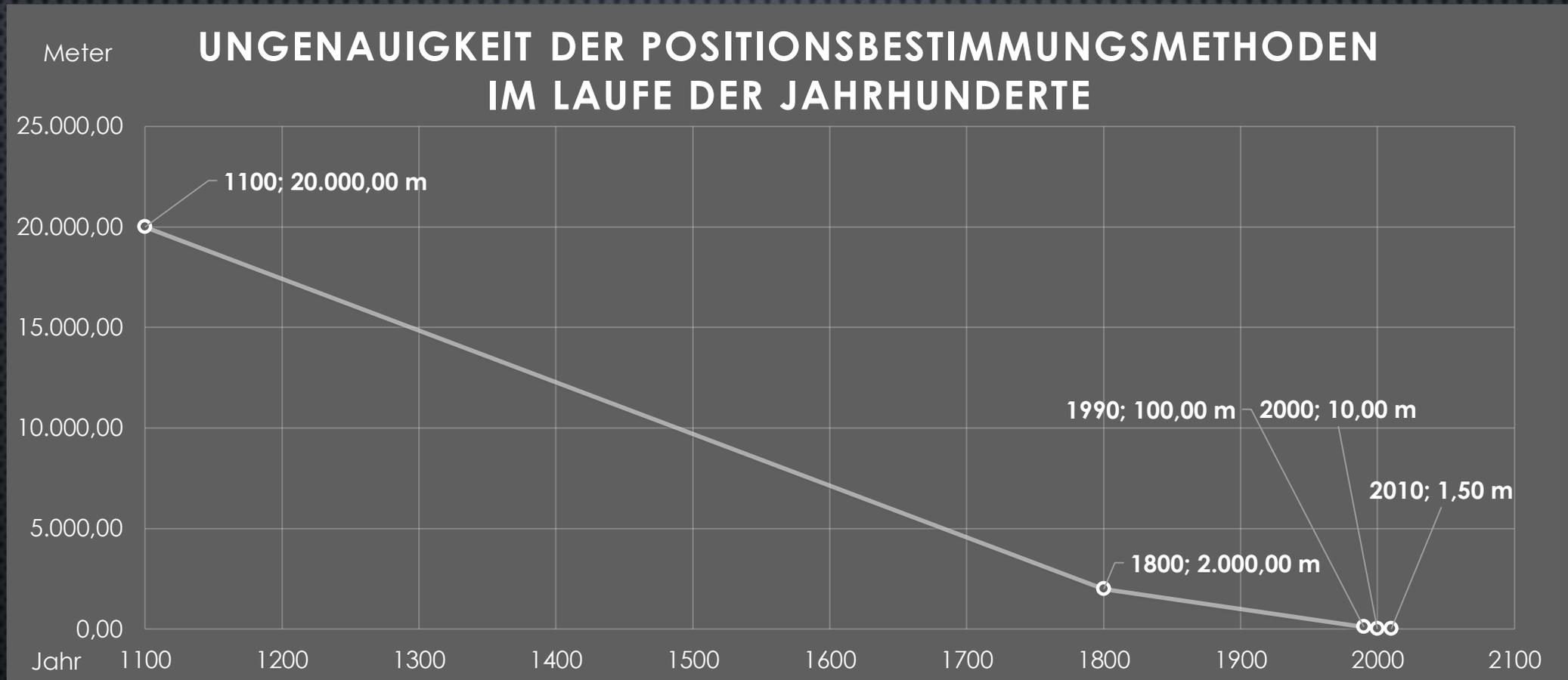
THEMA UND AUFGABENSTELLUNG

- Was ist und wie funktioniert GPS?
- Physikalische Grundlagen
- Zeitdilatation

GLIEDERUNG

1. Einleitung
2. Grundlagen des GPS
 - 2.1 Multilateration
 - 2.2 GPS Signal
 - 2.3 Position eines Satelliten
 - 2.4 Zeitungenauigkeit des Empfängers
3. Physikalische Probleme beim GPS
 - 3.1 Zeitdilatation durch relativistische Effekte
 - 3.1.1 Spezielle relativistische Korrektur
 - 3.1.2 Allgemeine relativistische Korrektur
 - 3.1.3 Relativistischer Sagnac Effekt und der relativistische periodische Effekt
 - 3.4 Atmosphärische Effekte
 - 3.5 Signalreflektionen
4. Weitere Möglichkeiten, die Genauigkeit zu erhöhen
5. Zusammenfassung

EINLEITUNG



EINLEITUNG: GESCHICHTE DER GENAUIGKEIT

- 11. Jahrhundert: Jakobsstab und Kompass
- 18. Jahrhundert: Spiegelsextant und Chronometer
- 1990: GPS



<https://www.esys.org/technik/jakobsstab2.jpg>

<https://skd-online-collection.skd.museum/large/374/230e9603-f848-480b-acff-fd088fe3c24a.jpg>

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/57/British_Museum_Marine_Chronometer_cropped.jpg

EINLEITUNG: WAS IST GPS?

- GPS - Global Positioning System
- Globales Navigationssatellitensystem zur Positionsbestimmung
- Konstellation von minimal 24 Satelliten

EINLEITUNG: WAS IST GPS?

- NAVSTAR GPS - Navigational Satellite Timing and Ranging – Global Positioning System
- Wurde in den 1970er-Jahren vom US-Verteidigungsministerium entwickelt
- 1990er-Jahre: Voll funktionsfähig
- 2000: Abschaltung der künstlichen Signalverschlechterung
- Ermöglichte zivilen Nutzern eine auf 10 Meter genaue Position

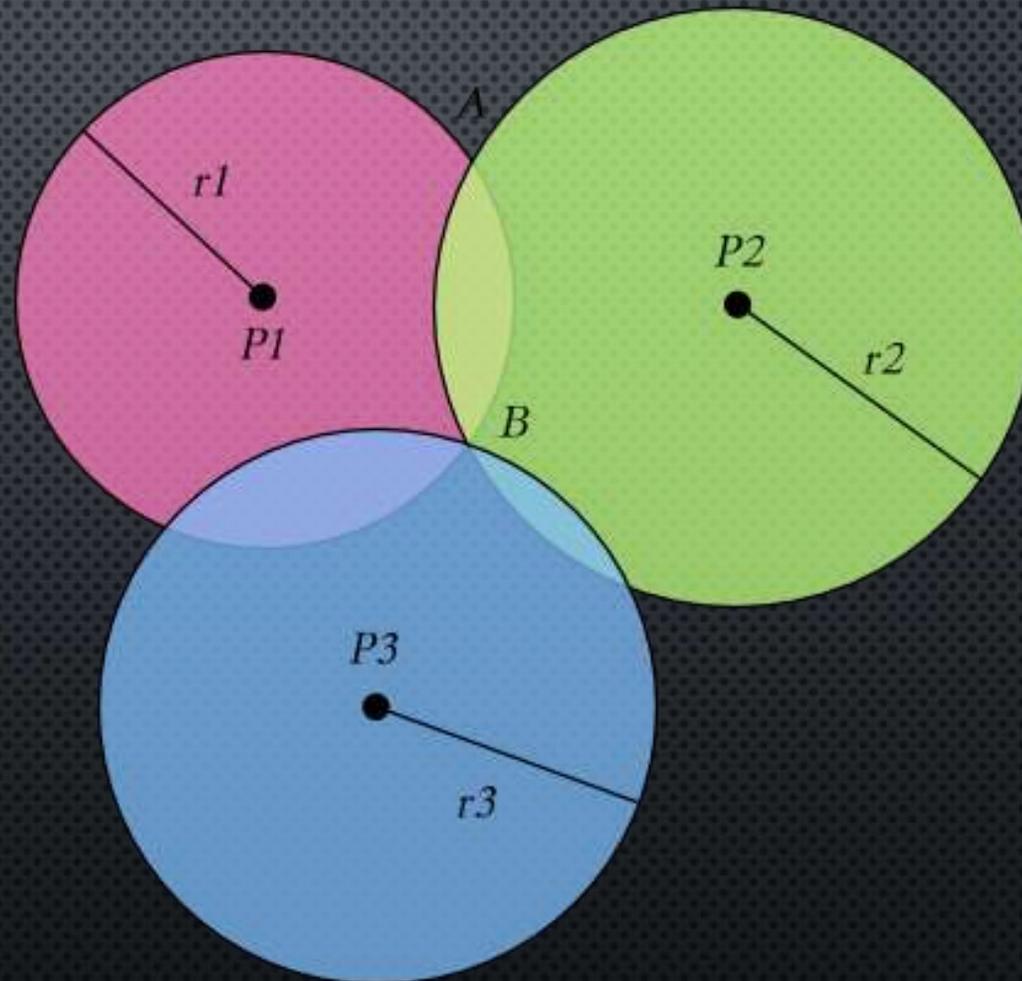
GRUNDLAGEN DES GPS

- Multilateration
- GPS Signal
- Position eines Satelliten
- Zeitungenauigkeit des Empfängers

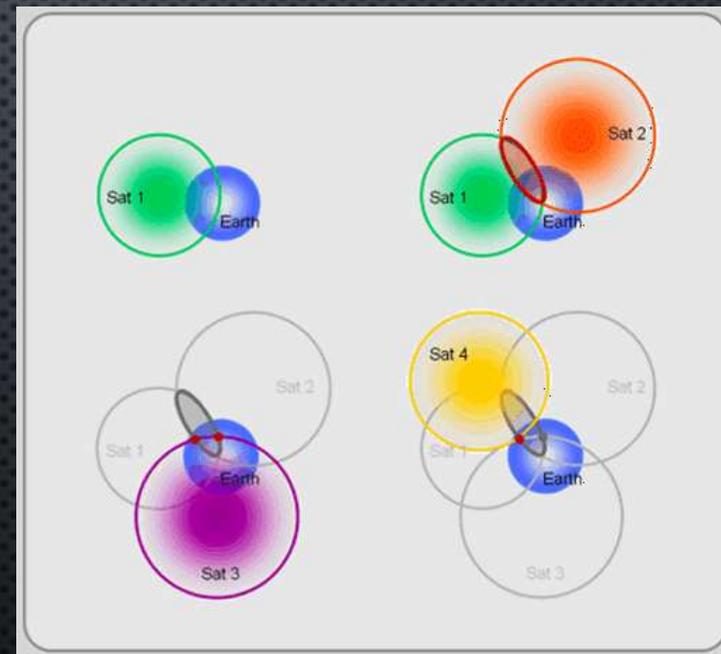
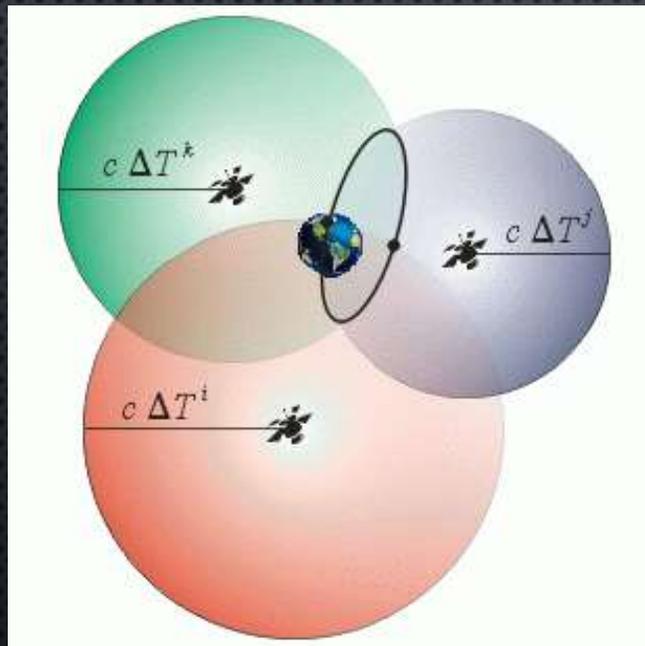
MULTILATERATION

- Durch Entfernungsmessung zu mehreren Punkten kann die eigene Position berechnet werden
- Prinzip der Trilateration

TRILATERATION



MULTILATERATION



<http://1.bp.blogspot.com/-qEddzVcz8cA/UDsLondisyI/AAAAAAAAAAMs/1hib6a08ctU/s1600/gps-triangulation.gif>

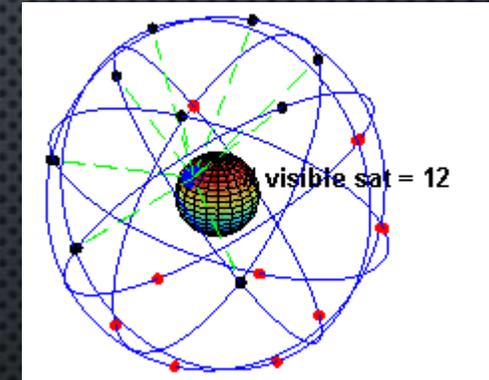
<https://i.stack.imgur.com/FVsHS.gif>

GPS SIGNAL

- Signale: Zivil (unverschlüsselt) und Militär (verschlüsselt)
- Inhalt: Bahndaten, Positionsdaten (Ephemeriden) und der Sendezeitpunkt
- Nur eine Sendefrequenz für alle Satelliten
- Signal wird auf der Trägerfrequenz moduliert, um den Sender eindeutig identifizieren zu können

POSITION EINES SATELLITEN

- Nicht geostationär
- Laufbahn in ca. 20.200 km Höhe
- Erdradius liegt bei 6371 km
- Aufgeteilt auf sechs Umlaufbahnen a 4 Satelliten
- Umlaufzeit liegt bei 12 Stunden



ZEITUNGENAUIGKEIT DES EMPFÄNGERS

- Satelliten haben Atomuhren
- Empfängergeräte haben beheizte Quarzuhren
- Terrestrische Funkverbindungen



PHYSIKALISCHE PROBLEME BEIM GPS

- Zeitdilatation durch relativistische Effekte
- Atmosphärische Effekte
- Signalreflektionen

ZEITDILATATION DURCH RELATIVISTISCHE EFFEKTE

- Spezielle relativistische Korrektur
- Allgemeine relativistische Korrektur
- Relativistischer Sagnac Effekt und der relativistische periodische Effekt

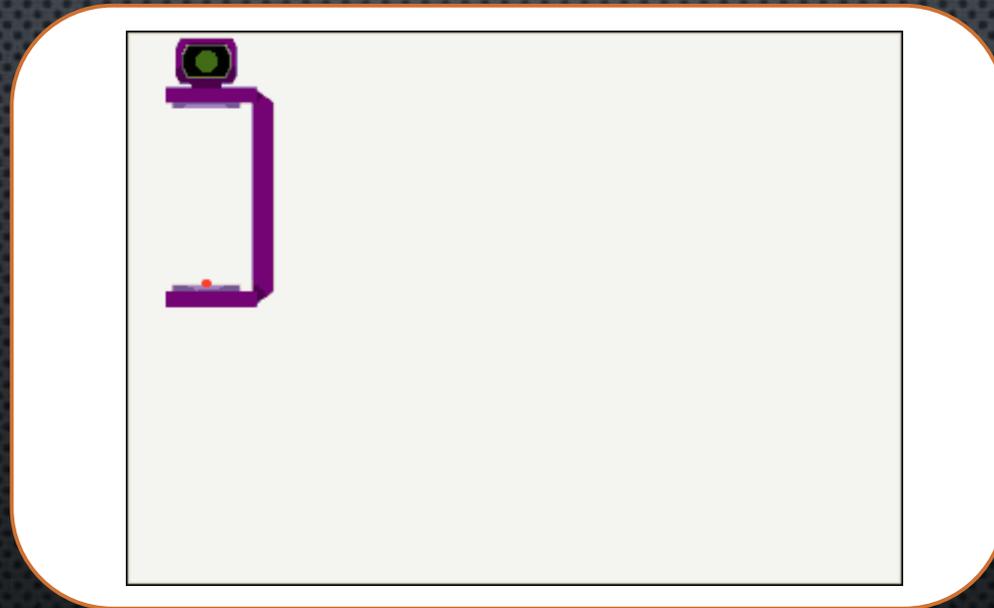
WAS IST ZEITDILATATION?

- Dilatare = dehnen oder aufschieben
- Zeitdilatation durch Geschwindigkeit => spez. Relativitätstheorie
- Zeitdilatation durch Gravitation => allg. Relativitätstheorie

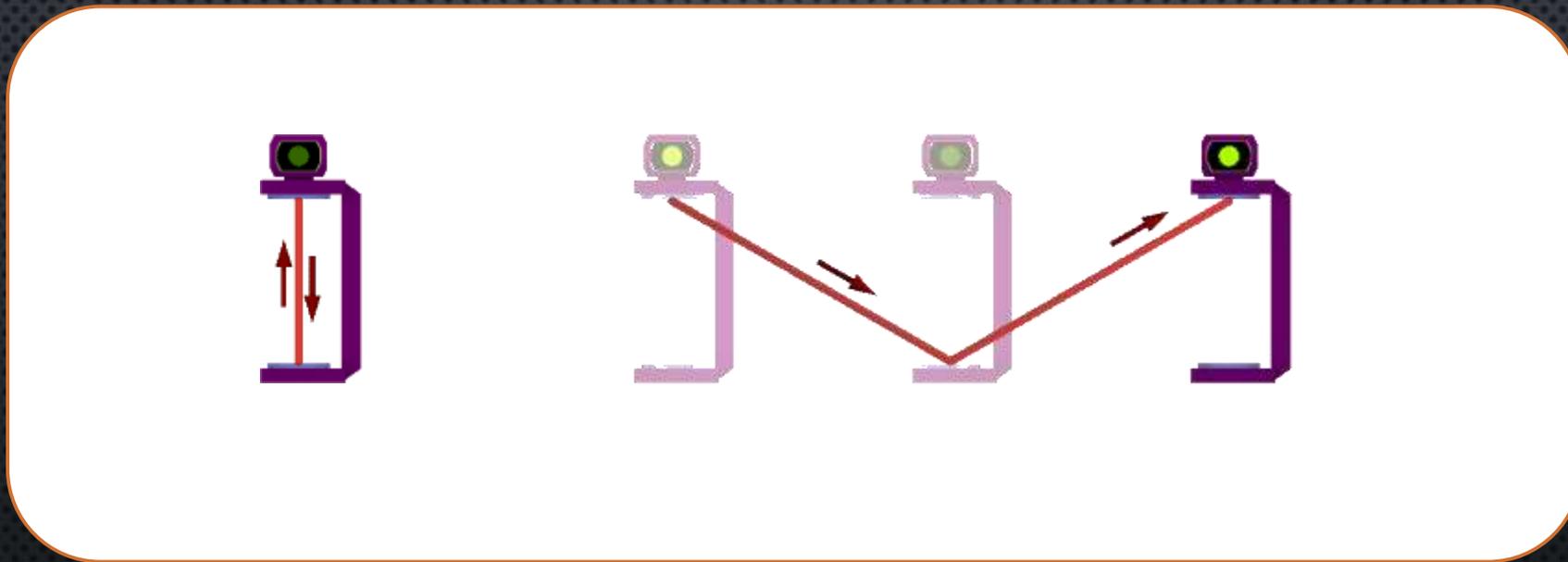
ZEITDILATATION: GEDANKENEXPERIMENT

- Raum und Zeit sind relativ
- Konstant ist nur die Lichtgeschwindigkeit
- Lichtuhr-Aufbau: zwei Spiegel, einer mit einem Sensor, Photon, das hin und her springt

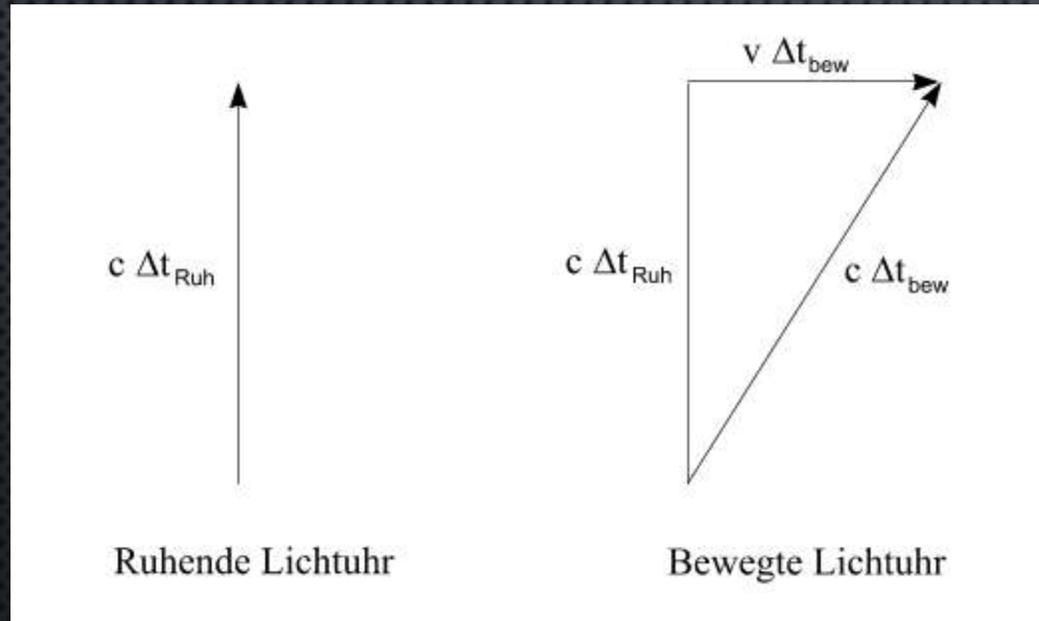
ZEITDILATATION: GEDANKENEXPERIMENT



ZEITDILATATION: GEDANKENEXPERIMENT



SPEZIELLE RELATIVISTISCHE KORREKTUR



Einfache Trigonometrie

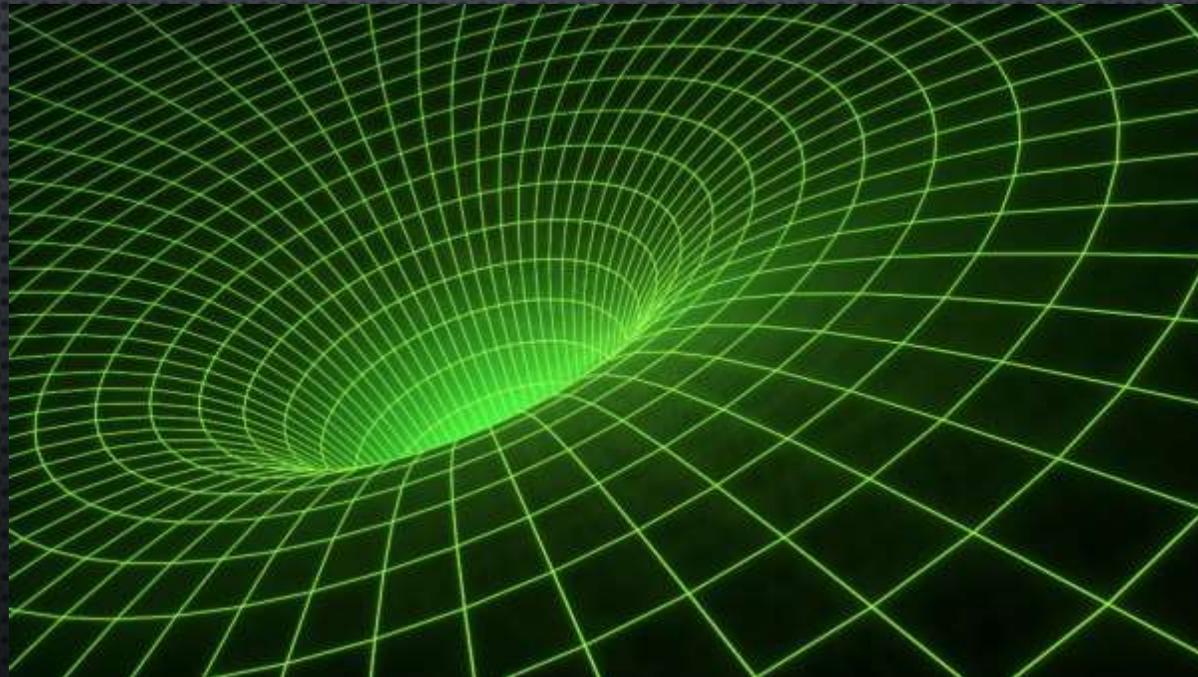
$$(c \Delta t_{\text{Ruh}})^2 + (v \Delta t_{\text{bew}})^2 = (c \Delta t_{\text{bew}})^2$$

$$\Delta t_{\text{bew}} = \frac{\Delta t_{\text{Ruh}}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t_{\text{Ruh}} = \Delta t_{\text{bew}} \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

GRAVITATIVE ZEITDILATATION

- Hohe Gravitation = Zeit vergeht langsamer



ALLGEMEINE RELATIVISTISCHE KORREKTUR

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}$$

G = Gravitationskonstante

M = Masse des Planeten

r = Distanz zum Planetenkern

c = Lichtgeschwindigkeit

- Diese Formel zwei Mal anwenden:
 - Mit der Distanz zur Erdoberfläche
 - Mit der Distanz zum Satelliten

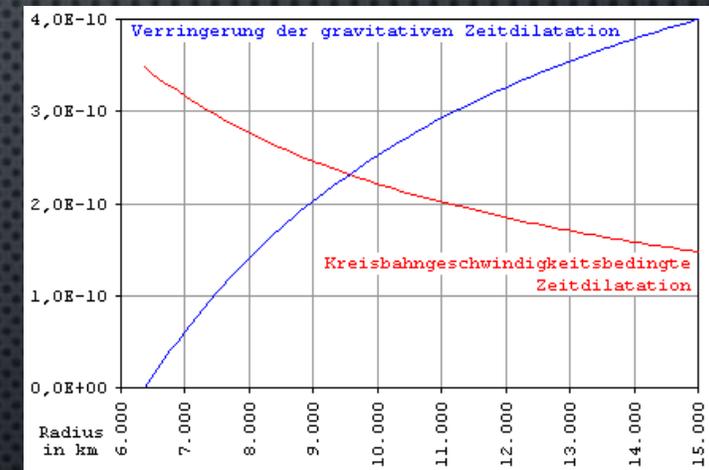
ZEITDILATATION ZUSAMMENGEFASST

$$T = \left(\Delta t - \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{r_{\text{Satellit}} c^2}} \right) - \left(\Delta t - \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{r_{\text{Erde}} c^2}} \right) + \left(\Delta t - \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v_{\text{Satellit}}^2/c^2}} \right)$$

T = Differenz zwischen Δt und $\Delta t'$

ZEITDILATATION ZUSAMMENGEFASST

- Auf ca. 3.500km über der Erdoberfläche heben sich beide Kräfte gegenseitig auf
- Darüber überwiegt die Gravitative Zeitdilatation
- D.h. die Zeit vergeht auf den Satelliten konstant schneller
- 38 Mikrosekunden pro Tag
- Das Signal braucht zum Erreichen im besten Fall ca. 67,38 Mikrosekunden
- Lösung: Frequenz der Atomuhren von 10,23 Mhz auf 10,229999995453 Mhz



SAGNAC EFFEKT

- Erde rotiert um ihre eigene Achse
- Bewegung ist schneller am Äquator als an den Polen
- Äquator-Geschwindigkeit = 500 m/s
- Vernachlässigbar im gegenwärtigen System

PERIODISCHER EFFEKT

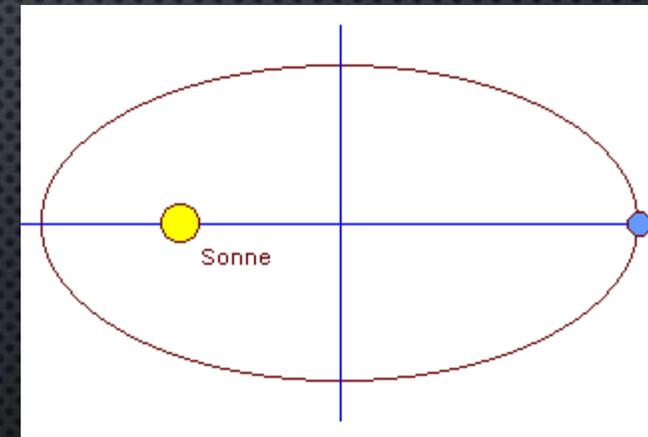
- Umlaufbahnen sind elliptisch
- Erde ist nicht hundertprozentig rund
- Es gelten die drei Keplerschen Gesetze

PERIODISCHER EFFEKT

- Schlussfolgerungen Keplersche Gesetze:
 1. Objekte in einer Umlaufbahn bewegen sich auf elliptischen Bahnen
 2. Die Geschwindigkeit von Objekten in einer Umlaufbahn ist in der Nähe zu ihrem massereichen Zentrum schneller und in der Ferne langsamer
 3. Das 3. Gesetz setzt Objekte in einer Umlaufbahn zueinander in Beziehung

PERIODISCHER EFFEKT

- Positionen werden korrigiert
- Schwankungen der Zeitdilatation noch unberücksichtigt



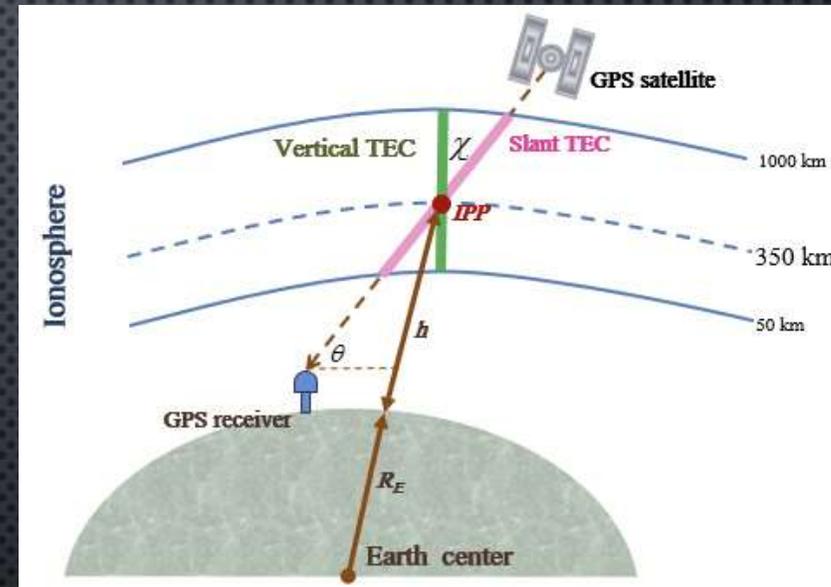
ATMOSPHERISCHE EFFEKTE

- Signal wird an der Atmosphäre gebrochen
- Distanzabweichungen
- Ionosphäre
- Troposphäre



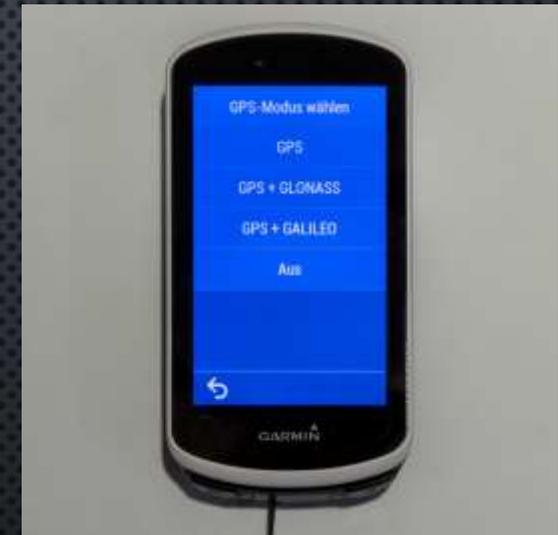
IONOSPHERE

- Zwischen 50 km und 1.000 km Höhe
- Große Menge an positiven Ionen
- Stärkere Brechung von Signalen mit niedrigen Frequenzen
- Lösung:
 1. Zweifrequenz-Empfänger auch mit hoher Frequenz
 2. Berechnungen mit einem vereinfachten Modell



SIGNALREFLEKTIONEN

- Multipathing
- Empfänger erhält das Signal mehrfach
- Praxis: fehlerhafte Signale erkennen und bestes Signal auswerten
- Weitere Hilfe: Zweites System nutzen und vergleichen (neben NAVSTAR zusätzlich GLONASS oder GALILEO)



WEITERE MÖGLICHKEITEN, UM DIE GENAUIGKEIT ZU ERHÖHEN

- Differential GPS
 - Referenzstationen, deren Position bekannt ist
 - Abweichungen werden erkannt und an nahe Empfangsgeräte gesendet
- Mehrere Systeme nutzen

ZUSAMMENFASSUNG

- Zur Frage, inwiefern Einsteins Zeitdilatation eine Rolle spielt:
 - Die Relativistischen Effekte haben einen großen Einfluss, sie sind aber leicht zu korrigieren.
 - Die Zeitdilatation durch Geschwindigkeit und durch Gravitation sind in einfachen Formeln darstellbar und somit leicht zu berechnen.
 - Die Satellitenuhren werden bereits vor dem Start in den Orbit entsprechend korrigiert, sodass der Empfänger später eine Taktung von 10,23 Mhz „sieht“.