

# GPS: Wie funktioniert es genau?

Julian Tamm - 28. Dezember 2019

Seminar zu Vertiefungen und Anwendungen

Wintersemester 2019 - Fachhochschule Wedel

## Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Aufgabenstellung .....	2
2. Grundlagen des GPS .....	3
2.1 Multilateration .....	3
2.2 GPS-Signal .....	4
2.3 Position des Satelliten .....	5
2.4 Zeitungenauigkeit des Empfängers .....	5
3. Physikalische Effekte mit Einfluss auf die Positionsbestimmung .....	6
3.1 Zeitdilatation durch relativistische Effekte .....	6
3.1.1 Spezielle relativistische Korrektur .....	6
3.1.2 Allgemeine relativistische Korrektur .....	8
3.1.3 Relativistische Korrektur - Zusammenfassung .....	8
3.1.4 Relativistischer Sagnac Effekt und der relativistische periodische Effekt .....	9
3.4 Atmosphärische Effekte .....	10
3.5 Signalreflektionen (Multipath Effekte) .....	10
4. Weitere Möglichkeiten die Genauigkeit zu erhöhen .....	11
5. Zusammenfassung .....	11
Quellen .....	12

## Einleitung

Aufgabenstellung:

„GPS: Wie funktioniert es genau?

Es sollen die physikalischen Grundlagen erklärt werden.

Insbesondere soll untersucht werden, inwiefern Einsteins Zeitdilatation eine Rolle spielt. Hintergrund meines Interesses sind verschiedene Beiträge, dass diese Zeitdilatation doch nicht entscheidend ist.“

Das Global Positioning System (kurz GPS) ist ein globales Navigationssatellitensystem zur Positionsbestimmung. Das erste GPS ist das NAVSTAR GPS (Navigational Satellite Timing and Ranging - Global Positioning System). Dieses wurde von dem US-Verteidigungsministerium entwickelt und war in den 1990er Jahren voll funktionsfähig. Neben dem NAVSTAR GPS gibt es heute noch das europäische Galileo GPS, das russische GLONASS-System und das chinesische Beidou-System. All diese Systeme arbeiten nach dem gleichen Prinzip und müssen die gleichen Probleme lösen.

## 2. Grundlagen des GPS

### 2.1 Multilateration

Beim GPS wird Multilateration zur Ortsbestimmung des Empfängers genutzt. Multilateration ist ein Messverfahren zur Positionsbestimmung, das mithilfe von Abstandsmessungen zwischen Punkten, deren Positionen bekannt sind und der eigenen Position arbeitet.

Die bekannten Positionen beim GPS sind in diesem Fall die GPS-Satelliten. Um den Abstand vom Empfänger zum Satelliten zu berechnen wird zum einen die Zeit ermittelt, die ein vom Satelliten ausgesendetes Signal braucht, um den Empfänger zu erreichen und zum anderen wird die bekannte Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals genutzt.

Für eine Positionsbestimmung reicht ein Satellit (bekannter Punkt) nicht aus, da sich der Empfänger überall in der berechneten Reichweite des Satelliten befinden kann. Genauer gesagt, würde sich bei einer einzelnen Entfernungsmessung der Empfänger überall auf einer Kugeloberfläche befinden, deren Radius die Entfernung und deren Mittelpunkt die momentane Satellitenposition ist. Bei Distanzmessungen zu zwei Satelliten kann sich der Empfänger nur noch auf einem Schnittkreis zwischen den beiden Kugeln befinden. Bei drei Satelliten kann sich der Empfänger nun an zwei Schnittpunkten befinden. Wenn sich der Empfänger direkt auf der Erdkugel befindet, könnte man hier schon die Empfängerposition bestimmen, da sich der andere Punkt meistens im Weltraum befindet.

Bei der Realisierung der Distanzmessung ergibt sich eine Schwierigkeit: Die Entfernung kann nicht direkt gemessen werden. Um eine Distanzmessung durchzuführen, muss das Signal einen Sendezeitpunkt enthalten, damit sich die Empfängeruhr mit der GPS-Zeit synchronisieren kann. So kann man die Laufzeit des Signals und somit die zurückgelegte Distanz berechnen. Die Laufzeit wird als zusätzliche Unbekannte bei der Ortsbestimmung angesetzt. Weil nun vier Unbekannte (drei Ortskoordinaten und eine Zeitkonstante) zu bestimmen sind, werden auch vier Gleichungen benötigt. Diese vierte Gleichung erfordert die Hinzunahme der Entfernung zu einem vierten Satelliten. Es werden also, um genau einen Punkt per Multilateration zu bestimmen, vier Satelliten gebraucht. Jeder weitere Satellit erhöht die Genauigkeit der Position des Empfängers. (Quelle: 1)

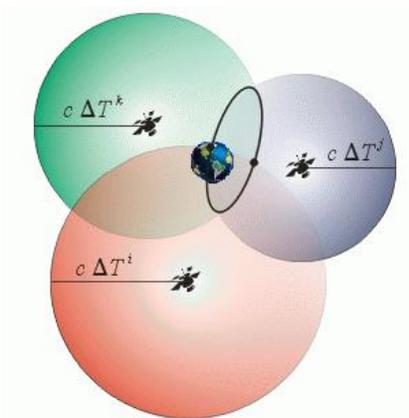


Abb. 1: Multilateration Beispiel mit 3 Satelliten

## 2.2 GPS-Signal

Das GPS stellt zwei verschiedene Signale bereit: Ein ziviles Signal mit einer Trägerwelle von 1575,42 MHz und ein verschlüsselbares Signal mit einer Trägerwelle von 1227,60 MHz. Über die Signale stellt jeder Satellit seine Bahndaten, die Positionsdaten ([Ephemeriden](#)) und den Sendzeitpunkt dem Empfänger bereit. Da alle Satelliten die gleiche Sendefrequenz benutzen, muss der Empfänger bestimmen können, welcher Satellit das Signal gesendet hat. Um diese Unterscheidung zu ermöglichen, wird für das GPS-Signal das CDMA-Modulationsverfahren (Multiplexverfahren) verwendet.

Das [CDMA](#)-Modulationsverfahren ist ein Vielfachzugriffsverfahren auf eine Funkschnittstelle. Anstatt wie bei klassischen Systemen die Signale per Frequenzen auf Kanäle aufzuteilen, laufen alle Signale per Codespreizung auf einer Frequenz. Genauer gesagt, wird jedes übertragene Bit mit einer höherrangigen Bitfolge multipliziert, was dazu führt, dass die Signale „aufeinander“ in der Frequenz liegen und von dem Empfänger herausgefiltert werden können (Quelle: 2).

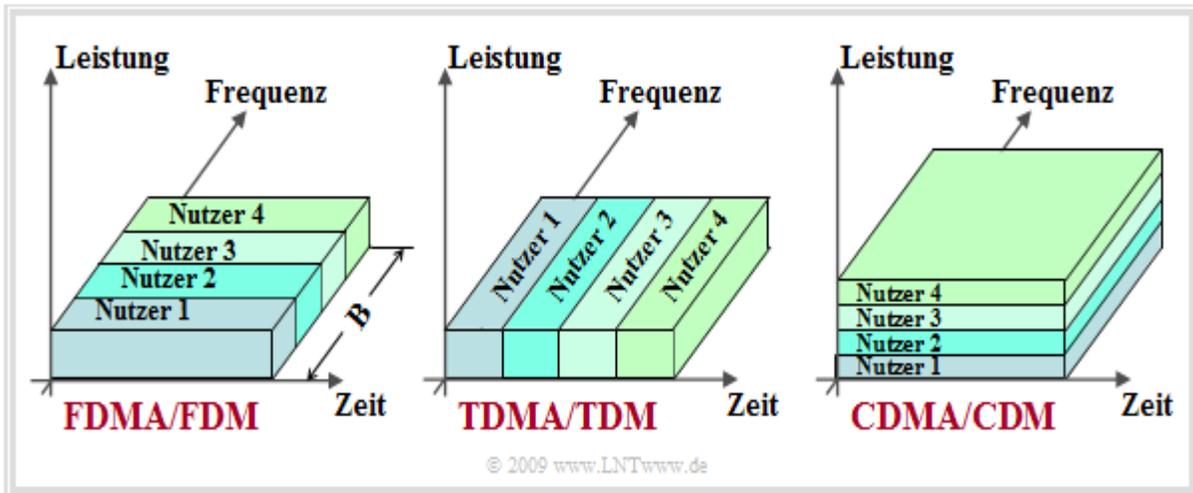


Abb. 2: Unterschiedliche Vielfachzugriffsverfahren für eine Funkschnittstelle:  
FDMA: Frequenzabhängig, zeitunabhängig; TDMA: Frequenzunabhängig, zeitabhängig;  
CDMA: Frequenzunabhängig, zeitunabhängig

### 2.3 Position des Satelliten

Beim GPS handelt es sich um eine Konstellation, die aus mindestens 24 nicht geostationären Satelliten besteht. Diese Satelliten sind gleichmäßig auf sechs Umlaufebenen (jeweils  $55^\circ$  gegen den Äquator geneigt) in ca. 20.200 km Höhe über der Erdoberfläche verteilt. Die Umlaufzeit eines GPS-Satelliten liegt bei ca. 12 Stunden, woraus sich eine Geschwindigkeit von 3,87 km/s ergibt. Die Positionswerte sich bewegender astronomischer Objekte (Ephemeriden) werden in der Regel aktuell aus den Bahnelementen berechnet und von der Erde auf die Satelliten übertragen. Für den Benutzer treten keine großen Messfehler (0,8 m) auf, die durch sog. Ephemeriden-Vorhersagefehler entstehen könnten.

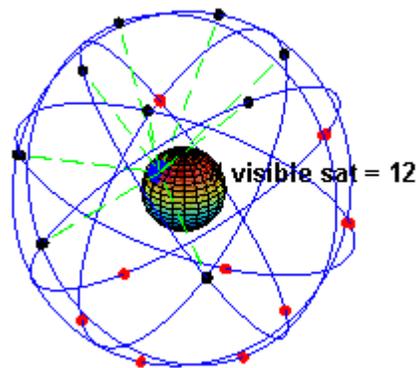


Abb. 3: Beispielhafte Darstellung der Satellitenlaufbahnen.

### 2.4 Zeitungenauigkeit des Empfängers

Das Signal vom Satelliten zur Erde braucht im besten Fall ca. 67,38 Mikrosekunden. Das heißt: Damit die Multilateration richtig funktioniert, müssen sowohl die Uhren in den Satelliten als auch die Uhren der Empfänger so genau wie möglich sein. Schon kleinste Zeitabweichungen können zu Fehlern in der Ortsbestimmung führen. Ein GPS-Satellit hat für die maximale Genauigkeit und um Fehler auszugleichen mehrere Atomuhren an Bord. Ein Empfänger hat diesen Luxus nicht. Hier werden bei speziellen GPS-Empfängern beheizte Quarzuhren benutzt, um so genau wie möglich die Zeit zu messen. In unseren GPS-fähigen Smartphones wird die genaue Zeit meist über Terrestrische Funkverbindungen (Handynetz, Internet) abgeglichen.

### 3. Physikalische Effekte mit Einfluss auf die Positionsbestimmung

#### 3.1 Zeitdilatation durch relativistische Effekte

Um die Wichtigkeit von relativistischen Effekten, die großen Einfluss auf die Distanzberechnung (Satellit zu Empfänger) haben, zu erkennen, ist vorerst der Begriff Zeitdilatation zu erläutern. Bei der Zeitdilatation handelt es sich um einen Effekt, der durch die Relativitätstheorie beschrieben wird. Zeitdilatation beschreibt das Stauchen oder Strecken von Zeit relativ zum Betrachter. Es werden zwei unterschiedliche Arten des Effektes unterschieden: Zum einen gibt es die **Zeitdilatation durch Geschwindigkeit** (beschrieben durch die spezielle Relativitätstheorie), zum anderen die **Zeitdilatation durch Gravitation** (beschrieben durch die allgemeine Relativitätstheorie).

##### 3.1.1 Spezielle relativistische Korrektur

In der speziellen relativistischen Korrektur wird die **Zeitdilatation durch Geschwindigkeit** in Bezug auf die GPS-Satelliten untersucht. Am einfachsten lässt sich die Zeitdilatation durch Geschwindigkeit mithilfe eines Gedankenexperiments erklären: Dieses Gedankenexperiment beinhaltet zwei Lichtuhren, bei der die eine Lichtuhr sich (relativ zur zweiten) im ruhenden Zustand und die zweite sich (relativ zur ersten) in Bewegung befindet. Bei einer Lichtuhr handelt es sich um ein Konstrukt aus zwei Spiegeln, einem Sensor am oberen Spiegel und einem Lichtpuls (bzw. einem Photon), der zwischen den beiden Spiegeln hin und her springt. Erreicht der Lichtimpuls den oberen Spiegel, wird er vom Sensor wahrgenommen und der Zählwert der Uhr wird um Eins erhöht (bzw. das Erreichen des Pulses entspricht beim oberen Spiegel einem „Tick“ der Uhr). (Quelle 3)

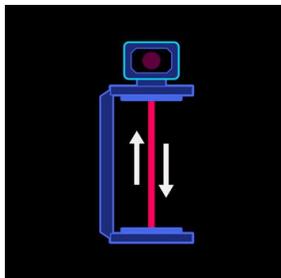


Abb. 4: Lichtuhr im Ruhezustand

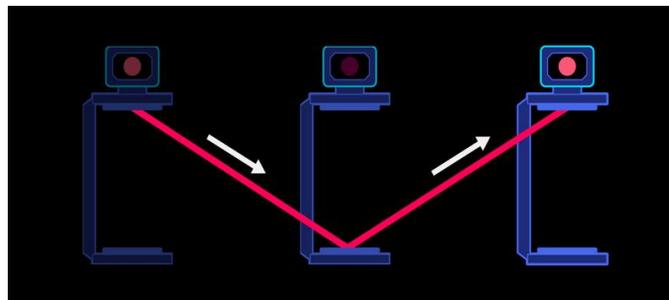


Abb. 5: Lichtuhr in Bewegung

Der rote Strahl stellt die vom Photon zurückgelegte Distanz dar. Die Pfeile stellen die Bewegungsrichtung des Photons dar.

Wie man in den Abbildungen 4 und 5 erkennen kann, ist die Strecke, die das Photon für einen Uhrzyklus zurücklegen muss, bei der Lichtuhr in Bewegung größer. Da sich das Photon konstant nur in Lichtgeschwindigkeit bewegen kann, braucht es länger die Strecke in der zweiten bewegten Lichtuhr zu überwinden. Somit vergeht die Zeit der zweiten Lichtuhr langsamer im Vergleich zur ersten unbewegten Lichtuhr.

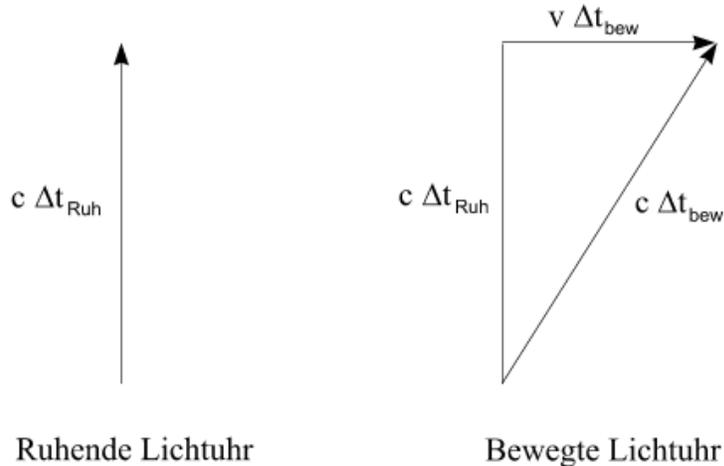


Abb. 6: Mathematische Darstellung der Lichtuhren

Aus Abbildung 6 lässt sich die Formel gemäß dem Satz des Pythagoras ableiten:

$$(c\Delta t_{Ruh})^2 + (v\Delta t_{bew})^2 = (c\Delta t_{bew})^2$$

$c$  : Lichtgeschwindigkeitskonstante

$v$  : Geschwindigkeit der bewegenden Lichtuhr relativ zur ruhenden Uhr

$\Delta t_{Ruh}$  : Die Zeit, die das Photon bei der ruhenden Lichtuhr braucht, um von einem Spiegel zum anderen zu kommen.

$\Delta t_{bew}$  : Die Zeit, die das Photon bei der sich bewegenden Lichtuhr braucht, um von einem Spiegel zum anderen zu kommen.

Diese Formel sieht, jeweils zu  $\Delta t_{bew}$  bzw.  $\Delta t_{Ruh}$  aufgelöst, so aus:

$$\Delta t_{bew} = \frac{\Delta t_{Ruh}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Delta t_{Ruh} = \Delta t_{bew} \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Mit dieser Formel und der Geschwindigkeit  $v = 3,87$  km/s eines Satelliten errechnet sich eine Abweichung von ca. 7 Mikrosekunden, um welche die Zeit auf dem Satelliten pro Tag langsamer vergeht (Quelle 4). Das würde schon am ersten Tag zu einem gravierenden Fehler bei der Standorterkennung des GPS führen und dieser Fehler würde sich stetig weiter vergrößern. Zum Vergleich: Das Signal braucht vom Satelliten zur Erde ca. 67,38 Mikrosekunden. Zusammengefasst bedeutet das, dass die Atomuhren in den Satelliten in der Umlaufbahn zu langsam laufen und dieser Fehler korrigiert werden muss.

### 3.1.2 Allgemeine relativistische Korrektur

In der allgemeinen relativistischen Korrektur wird die **Zeitdilatation durch Gravitation** in Bezug auf die GPS-Satelliten untersucht. Diese Korrektur lässt sich nicht so einfach anhand eines Beispiels ableiten. Grundsätzlich lässt sich sagen, dass die Zeit langsamer bei hoher Gravitation vergeht. Im umgekehrten Fall heißt das, dass die Zeit bei niedriger Gravitation schneller vergeht. Wichtig ist auch, dass die Gravitation mit der Distanz zum Massezentrum abnimmt (Quelle 5).

Zur Berechnung des Zeitunterschiedes ist die folgende Formel zu verwenden:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}$$

(Quelle 6)

$\Delta t'$ : Vergangene Zeit unter Einfluss des Gravitationsfelds

$\Delta t$ : Vergangene Zeit ohne Einflüsse (eine Referenz-Sekunde/-Minute/-Stunde)

$c$ : Lichtgeschwindigkeitskonstante

$G$ : Gravitationskonstante

$M$ : Masse der Erde (Planeten) - die Masse des Satelliten ist demgegenüber vernachlässigbar

$r$ : Distanz zum Massezentrum

Diese Formel muss zweimal angewendet werden, da auch die gravitative Zeitdilatation auf der Erdoberfläche berücksichtigt werden muss. Wenn man alle Werte einsetzt, ergibt sich ein Wert von 45,85 Mikrosekunden, um die die Zeit pro Tag auf dem Satelliten durch die gravitative Zeitdilatation schneller vergeht. Das ist mehr als die Hälfte der Zeit, die das GPS-Signal zur Erde benötigt und würde somit schon nach kurzer Zeit das GPS-Signal unbrauchbar machen.

Nachtrag zum Vortrag: Die oben genannte Formel gilt nicht innerhalb von Planeten. Innerhalb von Planeten nimmt die Gravitation ab und somit verhält sich auch die Zeitdilatation anders (Quelle 7).

### 3.1.3 Relativistische Korrektur - Zusammenfassung

Fasst man beide Korrekturen zusammen ergibt sich:

$$T = \left( \Delta t - \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{r_{\text{Satellit}}c^2}} \right) - \left( \Delta t - \Delta t \sqrt{1 - \frac{2GM}{r_{\text{Erde}}c^2}} \right) + \left( \Delta t - \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v_{\text{Satellit}}^2/c^2}} \right)$$

Wobei  $T$  die Differenz zwischen  $\Delta t$  und  $\Delta t'$  darstellt. Also die Differenz zwischen der Zeit, die auf der Erde vergangen ist und der, die auf dem Satelliten vergangen ist.

Die Zeitdilatationseffekte durch Geschwindigkeit und durch Gravitation wirken in Bezug auf die GPS-Satelliten gegeneinander und heben sich zum Teil sogar gegenseitig auf. Es gibt eine Entfernung bei der sich die beiden Effekte aufheben. Dies ist in einer Höhe von ca. 3.500 km über der Erde bzw. ca. 9.600 km vom Erdmittelpunkt der Fall. In größeren Höhen überwiegt die gravitative Zeitdilatation. Das bedeutet im Fall des GPS-Satelliten, dass die Zeit auf dem Satelliten im Vergleich zur Erdzeit konstant schneller vergeht, ca. 38 Mikrosekunden pro Tag. Dieser Effekt würde schon in kürzester Zeit zu einem

sehr großen Fehler in der Ortsberechnung des GPS führen. Glücklicherweise handelt es sich vorherrschend um eine konstante Zeitabweichung. Somit kann die Frequenz, mit der die Atomuhren in den Satelliten operieren, einfach angeglichen werden. Die Frequenz der Atomuhren wird bereits vor dem Start des Satelliten minimal von 10,23 Mhz auf 10,229999995453 Mhz verringert. Diese Korrektur führt dazu, dass die Atomuhren der Satelliten auf der Erde zu langsam gehen würden, aber im Erdorbit richtig gehen.

### **3.1.4 Relativistischer Sagnac Effekt und der relativistische periodische Effekt**

Die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebene Zeitdilatation durch relativistische Effekte kann noch durch andere physikalische Effekte beeinflusst werden. Darunter fallen der Sagnac Effekt und der relativistische periodische Effekt.

#### **3.1.4.1 Sagnac Effekt**

Bei dem Sagnac Effekt ist der Empfänger betroffen. Neben der vernachlässigbaren Eigengeschwindigkeit des Empfängers, die auch nur vorherrscht falls dieser sich bewegt, gibt es eine Geschwindigkeit, die durch die Rotation der Erde um ihre eigene Achse entsteht. Das bedeutet, dass sich ein Empfänger am Äquator schneller bewegt als an den Polen. Genauer gesagt, ca. 500 m/s schneller. Dieser Geschwindigkeitsunterschied wird im derzeitigen normalen Gebrauch des GPS nicht mit einberechnet, da der Unterschied einerseits vernachlässigbar ist und andererseits durch die Richtungsabhängigkeit eine genaue (relativistische) Berechnung nicht einfach ist. Wenn man eine sehr genaue Ortsangabe braucht (Dezimeter-Bereich und kleiner) muss der Sagnac Effekt aber bei der Fehlerkorrektur mitberücksichtigt werden.

#### **3.1.4.2 Relativistischer periodischer Effekt**

Der relativistische periodische Effekt entsteht bei Objekten in Umlaufbahn um ein massereiches Zentrum. Alle Objekte in Umlaufbahn unterliegen den Keplerschen Gesetzen. Vereinfacht lauten diese:

1. Objekte in einer Umlaufbahn bewegen sich auf elliptischen Bahnen.
2. Die Geschwindigkeit von Objekten in einer Umlaufbahn ist in der Nähe von ihrem massereichen Zentrum schneller und in der Ferne langsamer.
3. Objekte in Umlaufbahnen stehen zueinander in einer mathematischen Beziehung.

Für den periodischen Effekt sind Gesetz 1 und 2 von Bedeutung. Daraus folgt: Auch die GPS-Satelliten bewegen sich nicht in kreisrunden, sondern in elliptischen Umlaufbahnen. Das führt dazu, dass die Satelliten mal näher an der Erde und mal weiter von ihr entfernt sind. Je näher die Satelliten der Erde kommen, desto stärker wirkt die Gravitation und die Satelliten beschleunigen. Sind die Satelliten weiter entfernt, wirkt die Gravitation schwächer und die Satelliten verlangsamen. Das hat zur Folge, dass die Zeit auf den Satelliten mal etwas schneller und mal etwas langsamer vergeht. Grundsätzlich werden nur die Bahn- und Positionsdaten der Satelliten aktualisiert. In heutigen Empfängern reichen diese Daten für eine Approximation aus, aber für sehr genaue Standortberechnungen muss der periodische Effekt für eine Fehlerkorrektur genau berechnet werden (Quelle 8 Seite 5).



#### **4. Weitere Möglichkeiten die Genauigkeit zu erhöhen**

Es gibt Methoden, die es ermöglichen viele Fehlerquellen zu umgehen. Zwei davon sind das Differential GPS und die Methode, zwei unabhängige globale Navigationssatellitensysteme (neben NAVSTAR GPS z. B. auch Galileo oder GLONASS) gleichzeitig zu nutzen und somit die Anzahl gut sichtbarer Satelliten zu erhöhen.

Das Differential GPS arbeitet mit Referenzstationen auf der Erde, deren Positionen genau ermittelt wurden und bekannt sind. Diese Stationen arbeiten mit einem normalen GPS-Empfänger. Dessen berechnete Position wird mit der eigentlichen Position abgeglichen und ein Abweichungswert berechnet. Dieser Abweichungswert wird an nahe Empfangsgeräte in der Umgebung gesendet. Auf diese Weise kann man sehr viele kleine Fehlerquellen ausmerzen und Empfangsgeräte in der Umgebung können damit einen präziseren Standort berechnen. (Quelle 12)

#### **5. Zusammenfassung**

Wie sehr spielt jetzt Einsteins Zeitdilatation eine Rolle?

Die relativistischen Effekte haben durchaus den größten Einfluss auf die Realisation des GPS. Ohne Berücksichtigung der Zeitdilatation würde nach einem Tag schon eine Abweichung von 11,4 km auftreten. Glücklicherweise lässt sich die Zeitdilatation durch Geschwindigkeit und die durch Gravitation mithilfe von Einsteins Relativitätstheorien in Formeln darstellen und somit vorab berechnen. Mit der nun berechneten Zeitabweichung kann man die Taktung der Satellitenuhren so verändern, dass sie in der gleichen Geschwindigkeit wie die Uhren auf der Erdoberfläche laufen. Zusammengefasst spielt Einsteins Zeitdilatation eine große Rolle und ist letztendlich leicht zu korrigieren.

## Quellen:

### Hauptquellen:

1. <https://de.wikipedia.org/wiki/Lateration>
2. <https://www.elektronik-kompodium.de/sites/kom/0910231.htm>
3. <https://www.einstein-online.info/spotlight/LichtuhrZeitdilatation/>
4. <http://www.quantenwelt.de/technik/GPS/relativitaet.html>
5. <https://de.wikipedia.org/wiki/Gravitation>
6. [http://ffden-2.phys.uaf.edu/webproj/211\\_fall\\_2014/Jackson\\_Page/jackson\\_page/page4.html](http://ffden-2.phys.uaf.edu/webproj/211_fall_2014/Jackson_Page/jackson_page/page4.html)
7. <http://walter.bislins.ch/physik/index.asp?page=Gravitationsfeld+eines+Planeten>
8. <https://www.pro-physik.de/restricted-files/113826>
9. [https://en.wikipedia.org/wiki/Error\\_analysis\\_for\\_the\\_Global\\_Positioning\\_System](https://en.wikipedia.org/wiki/Error_analysis_for_the_Global_Positioning_System)
10. [https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Klobuchar\\_Ionospheric\\_Model](https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Klobuchar_Ionospheric_Model)
11. <https://de.wikipedia.org/wiki/Mehrwegempfang>
12. [https://de.wikipedia.org/wiki/Differential\\_Global\\_Positioning\\_System](https://de.wikipedia.org/wiki/Differential_Global_Positioning_System)
13. [https://d1.amobbs.com/bbs\\_upload782111/files\\_33/ourdev\\_584835O21W59.pdf](https://d1.amobbs.com/bbs_upload782111/files_33/ourdev_584835O21W59.pdf)

### Bildquellen:

- Abb. 1: <http://1.bp.blogspot.com/-qEddzVcz8cA/UDsLondisyl/AAAAAAAAAMs/1hib6a08ctU/s1600/gps-triangulation.gif>
- Abb. 2: [https://www.lntwww.de/images/e/e1/P\\_ID1859\\_Mod\\_T\\_5\\_1\\_S2\\_neu.png](https://www.lntwww.de/images/e/e1/P_ID1859_Mod_T_5_1_S2_neu.png)
- Abb. 3: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:ConstellationGPS.gif>
- Abb. 4: [https://www.einstein-online.info/wp-content/uploads/SRT\\_Lichtuhr\\_updown\\_%C2%A9\\_Daniela\\_Leitner\\_Markus\\_Poessel\\_Einstein-Online-1.jpg](https://www.einstein-online.info/wp-content/uploads/SRT_Lichtuhr_updown_%C2%A9_Daniela_Leitner_Markus_Poessel_Einstein-Online-1.jpg)
- Abb. 5: [https://www.einstein-online.info/wp-content/uploads/SRT\\_Lichtuhr\\_path\\_%C2%A9\\_Daniela\\_Leitner\\_Markus\\_Poessel\\_Einstein-Online-1.jpg](https://www.einstein-online.info/wp-content/uploads/SRT_Lichtuhr_path_%C2%A9_Daniela_Leitner_Markus_Poessel_Einstein-Online-1.jpg)
- Abb. 6: <https://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/SRT/Zeitdilatation.html>
- Abb. 7: <http://iono-gnss.kmitl.ac.th/wp-content/uploads/2016/04/image012.png>

### Weitere Quellen:

- <https://www.magicmaps.de/produktinfo/gps-grundlagen/wie-funktioniert-gps.html>
- <https://www.weltderphysik.de/gebiet/erde/erde/gps/>
- <https://www.youtube.com/watch?v=IPkETly0P9E>
- <http://www.mevis-research.de/~richard/mnu05-slides.pdf>
- [http://www.einstein-online.info/vertiefung/LichtuhrZeitdilatation@set\\_language=de.html](http://www.einstein-online.info/vertiefung/LichtuhrZeitdilatation@set_language=de.html)
- <http://www.quantenwelt.de/technik/GPS/relativitaet.html>
- <http://www2.hs-esslingen.de/~abel/gps/Abel-GPS.htm>
- [http://ffden-2.phys.uaf.edu/webproj/211\\_fall\\_2014/Jackson\\_Page/jackson\\_page/page4.html](http://ffden-2.phys.uaf.edu/webproj/211_fall_2014/Jackson_Page/jackson_page/page4.html)
- <https://www.adfc-nrw.de/kreisverbaende/kv-muenster/gps-navigation/basiswissen-gps.html>