Aufgabe 1)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y

F(x): x ist weiblich

M(x): x ist männlich

K(x,y): x ist Kind von y

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

a) Erwin ist der Sohn von Hans.

b) Hans ist der Vater von Erwin.

c) Linda liebt alle Kinder von Hans.

d) Linda liebt nur die Kinder von Hans.

e) Linda liebt keine Kinder, die nicht von Hans sind, es sei denn sie sind von ihr selbst.

f) Jede Mutter liebt ihre Kinder.

g) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.

h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y

V(x,y): x ist mit y verheiratet

F(x): x ist weiblich

M(x): x ist männlich

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

a) Anna ist eine Frau, Bernd und Erwin sind Männer.

b) Anna liebt Bernd, ist aber mit Erwin verheiratet.

c) Erwin liebt alle Frauen.

d) Nur Anna liebt Bernd.

e) Bernd liebt niemanden außer sich selbst.

f) Erwin wird von jeder Frau geliebt außer von Anna.

- **g)** Nur Personen verschiedenen Geschlechts dürfen miteinander verheiratet sein.
- **h)** Es gibt keine Person, die beiderlei Geschlechts ist.
- **i)** Miteinander verheiratet zu sein beruht auf Gegenseitigkeit.
- **j)** Jeder Mensch hat höchstens einen Ehepartner.
- **k)** Anna liebt nur Männer, die nicht andere Frauen lieben.
- **l)** Erwin liebt keine Männer, die Frauen lieben, die er auch liebt.

Aufgabe 3)

Nehmen Sie an, dass alle Aussagen in Aufgabe 2) wahr sind und machen Sie eine Aussage zu den folgenden Fragen. Geben Sie als Antwort: „stimmt“, „stimmt nicht“ oder „kann nicht beantwortet werden“. Geben Sie in den ersten beiden Fällen auch an, welche Aussagen aus Aufgabe 2) zur Begründung herangezogen werden müssen.

- a) Erwin liebt Anna
- b) Bernd ist mit Anna verheiratet.
- c) Erwin liebt Bernd.

Aufgabe 4)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- gleich (x,y) bedeutet, dass x gleich y ist.
- wohntIn (x,y) bedeutet, dass x im Ort y wohnt.
- liegtIn (x,y) bedeutet, dass x im Ort y liegt.
- studiertAn (x,y) bedeutet, dass x an der Hochschule y studiert.

Geben Sie zunächst die jeweiligen Definitionsbereiche an, aus denen die Parameter x und y in den einzelnen Prädikaten gewählt werden dürfen.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine logische Verknüpfung dieser Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Prädikaten.

- **a)** Anna wohnt in Hamburg und studiert an der FH Wedel.
- **b)** An jeder Hochschule sind auch Leute immatrikuliert, die im Ort der Hochschule wohnen.
- **c)** Wenn Otto studiert, dann nur an einer Hochschule in der Stadt, in der er wohnt.
- **d)** Anna wohnt im selben Ort wie Otto, studiert aber an einer anderen Hochschule als Otto.

Folgt aus diesen Sachverhalten, dass Hamburg eine Hochschule hat? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 5)

Sei S die Menge aller Studenten, F die Menge aller Fächer und N = {1, 2, 3, 4, 5} die Menge aller Klausurnoten.

Gegeben sei folgendes Prädikat:

hatKlausurnote (x,y,z) bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat

Definieren Sie mit Hilfe dieses Prädikats folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:

a) eignetSichAlsTutor (x) bedeutet, dass x in DM eine 2 oder eine 1 hat.
b) bestehtKlausur (x,y) bedeutet, dass x im Fach y mindestens eine 4 bekommen hat.
c) mindestensSoSchwer (x,y) bedeutet, dass alle Studierenden im Fach x eine höchstens so gute Note wie in y haben

Aufgabe 6)

Sei S die Menge aller Studenten, F die Menge aller Fächer und N = {1, 2, 3, 4, 5} die Menge aller Klausurnoten.

Gegeben seien folgende Prädikate:

- hatKlausurnote (x,y,z) bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat
- bestehtKlausur (x,y) bedeutet, dass x die Klausur im Fach y besteht.
- hatChancen (x) bedeutet, dass x irgendeine Klausur besteht.
- mindestensSoHart (x,y) bedeutet, dass alle Studierenden, die im Fach y durchfallen, auch in x duchfallen.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

a) Keiner, der im Brückenkurs durchfällt, hat Chancen.

b) Analysis ist mindestens so hart wie DM und PS1.

c) Nur Studierende, die den Brückenkurs bestehen, haben Chancen.

d) Studierende, die den Brückenkurs bestehen, bestehen auch andere Klausuren.

e) Niemand hat in DM und PS1 Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.

f) Karl ist in Analysis durchgefallen, hat aber Chancen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

g) Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht PS1.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 7)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- studiert (s,f,h): s studiert das Fach f an Hochschule h
- hatAbiturnote (s,n): s hat die Abiturnote n (n = 5 wenn s gar kein Abitur hat)
- hat Fachhochschulreifennote (s,n): s hat die Fachhochschulreifennote n (n = 5, wenn s gar keine Fachhochschulreife hat)

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Sie dürfen zusätzlich mit arithmetischen Vergleichsprädikaten arbeiten.

a) Jeder, der das Abitur bestanden hat, hat auch die Fachhochschulreife.

b) Alle Studierenden der FH Wedel haben Abitur oder Fachhochschulreife.

c) Nur Absolventen mit Abiturdurchschnitt mindestens 3,2 oder Fachhochschulreife mindestens 2,7 studieren an der FH Wedel.

d) Alle Abiturienten mit Abiturdurchschnitt 1,0 studieren Medizin oder Jura.

e) Wer Medizin oder Jura studiert, hat Abitur.

f) Wer Abiturdurchschnitt 1,0 hat und nicht Medizin oder Jura studiert, studiert Informatik an der FH Wedel.

g) An der FH Wedel kann ein Studierender nur ein Fach (gleichzeitig) studieren.

Aufgabe 8)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y   F(x): x ist weiblich   M(x): x ist männlich

Beschreiben Sie in einem deutschen Satz, was die folgenden Aussagen bedeuten. Äußern Sie sich dazu, ob Sie die Aussage für stark (schwierig erfüllbar) oder schwach (leicht erfüllbar) halten.

a) $\forall x: M(x) \rightarrow L(x,x)$

b) $\forall x: M(x) \wedge L(x,x)$

c) $\forall x\ \forall y\ \exists z: (F(x) \wedge M(y) \wedge L(x,y)) \rightarrow: (L(y,z) \wedge (z \neq y))$

d) $\forall x\ \forall y\ \exists z: (F(x) \wedge L(y,z) \wedge (z \neq y)) \rightarrow M(y) \wedge L(x,y))$

e) $\exists x: M(x) \rightarrow \neg\exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

f) $\exists x: M(x) \land \neg\exists y: F(y) \land L(y,x)$

g) $\exists x\ \exists y: M(x) \land \neg F(y) \land L(y,x)$

h) $\exists x\ \forall y: M(x) \land (\neg F(y) \lor \neg L(y,x))$

Aufgabe 9)

Seien m aus der Menge aller Menschen und $x, y \in \mathbb{Z}$.

Ordnen Sie die folgenden Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

a) i) m studiert
ii) m hat mindestens Fachhochschulreife
iii) m studiert an der FH Wedel
iv) m hat mindestens Hochschulreife
v) m ist im 5. Semester an der FH Wedel
vi) m studiert Wirtschaftsinformatik

b) $x^2 > 0$, $x > 0$, $x > 10$, $x \geq 10$, $x < 0$

Aufgabe 10)

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 31.10.2013 ∈ *Daten*)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

J (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Jahreszahl von x	(Bsp.: J (31.10.2013) = 2013)
M (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Monatszahl von x	(Bsp.: M (31.10.2013) = 10)
T (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Tagesdatumszahl von x	(Bsp.: T (31.10.2013) = 31)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

a) In keinem Jahr gibt es einen 30.02.

b) Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

c) Nur Jahre, die durch 4 teilbar sind, können einen 29.02. haben.