

Die Entwicklung der Bienenpopulation¹⁾

Eine Bienenkönigin hat als Eltern eine Königin und eine Drohne. Eine Drohne hat als Eltern nur eine Königin (sie entschlüpft einem unbefruchteten Ei).

Die n . Vorfahrensgeneration einer Biene b sei als Menge von Bienen folgendermaßen definiert:

Die 0. Vorfahrensgeneration von b enthält nur die Biene b selbst.

Die $(n+1)$. Vorfahrensgeneration von b besteht aus allen Eltern von Bienen der n . Vorfahrensgeneration von b .

Die 1. Vorfahrensgeneration sind also die Eltern, die 2. die Großeltern, usw.

Beweisen Sie durch Induktion über n folgende Sätze:

- i) Die n . Vorfahrensgeneration einer Drohne besteht aus F_{n+1} Bienen.²
- ii) Die n . Vorfahrensgeneration einer Königin besteht aus F_{n+2} Bienen.²

Hinweis: Sie müssen den Schluss von n auf $n+1$ für beide Sätze gleichzeitig führen, da Sie zum Beweis der Aussage jedes Satzes für $n+1$ die Aussagen beider Sätze für n benötigen.

¹ Siehe auch Beutelspacher, S. 42, Nr. 18

² Hierbei ist F_n die n . Fibonaccizahl.