GTI, FORMALE LOGIK UND VERIFIKATION SS 2018

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 05 (5 Aufgaben) S.1/3

Aufgabe 1)

Finden Sie zu folgendem Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

Geben Sie außerdem 2 zulässige Wertepaare für x und y an, sodass beim einen Paar der then-Block und beim anderen der else-Block durchlaufen wird.

V ⇔ ?

```
x := y * y;
if x > y
  then
    x := 1 / y
  else
    y := 1 / y
```

N ⇔ **x = y**

Aufgabe 2)

Finden Sie zu folgendem Programmausschnitt und der gegebenen Vorbedingung die stärkste Nachbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

V ⇔ x = y

```
x := y * y;



if x > y
   then
      x := 1 / y


   else
      y := 1 / y
```

N ⇔ **?**

Aufgabe 3)

Betrachten Sie folgendes Programm:

```
n,f,k ∈ N               φ

f := 1;
k := n;

while(k > 0) do
  begin
      k := k - 1;
      f := k • f;
  end

Nachbedingung           ψ
```

a) Formulieren Sie die Invariantenbedingungen, die für jeden Schleifendurchlauf gültig sind. Beweisen Sie das durch vollständige Induktion.

b) Zeigen Sie, dass dann die Schleife irgendwann terminiert (wann genau?). Formulieren und beweisen Sie direkt unter Verwendung von a), was diese dann berechnet hat.

c) Verändern Sie die Abbruchbedingung der Schleife so, dass das Programm eine Fakultät berechnet. Welche Fakultät berechnet das Programm genau? Beweisen Sie auch das unter Verwendung von a)

Aufgabe 4)

Zeigen Sie, dass das folgende Programm DIV und MOD ausrechnet, indem Sie eine geeignete Invariantenbedingung für die Schleife formulieren und mit vollständiger Induktion beweisen und daraus die am Ende angegebene Nachbedingung folgern:

```
(x ≥ 0) ∧ (y > 0) ∧ x,y ∈ ℤ              φ

div := 0;
mod := x;
while mod ≥ y do
   begin
      mod := mod - y;
      div := div + 1;
   end

(x = div * y + mod) ∧ (0 ≤ mod < y)    ψ
```

Tipp: Die Invariantenbedingung ist ein Teil der Nachbedingung. Vergleichen Sie diese Aufgabe auch mit Aufgabe 2c) des 4. Übungsblatts.

Aufgabe 5) (Klausuraufgabe SS 2010)

Gegeben sei der folgende Programmausschnitt:

```
{n > 0 vom Typ integer}
k := 0; s := 1;
while (k < n) do
begin
   k := s - 1;
   s := s + 1;
end
```

a) Formulieren Sie Bedingungen für k und s, die nach dem i-ten Schleifendurchlauf erfüllt sind.

b) Beweisen Sie die Bedingungen aus a) mit vollständiger Induktion über i.

c) Geben Sie Nachbedingungen für k und s an.

Begründen Sie die Aussage von c): Hierfür dürfen Sie alles bisher Gezeigte verwenden