

**Aufgabe 1)**

Setzen Sie im Folgenden voraus, dass die Variablen  $x, y, z$  ganze Zahlen und definiert sind.

Geben Sie für die folgenden Programme jeweils die schwächste Vorbedingung  $V$  bzw. die stärkste Nachbedingung  $N$  an.

- |   |                 |                             |
|---|-----------------|-----------------------------|
| a) $V \Leftrightarrow z=0$                  | $x := 0$        | $N \Leftrightarrow ?$       |
| b) $V \Leftrightarrow x=5$                  | $x := 0$        | $N \Leftrightarrow ?$       |
| c) $V \Leftrightarrow x < y$                | $x := x+10$     | $N \Leftrightarrow ?$       |
| d) $V \Leftrightarrow ?$                    | $y := x*x$      | $N \Leftrightarrow y=1$     |
| e) $V \Leftrightarrow ?$                    | $y := x*x$      | $N \Leftrightarrow y < x$   |
| f) $V \Leftrightarrow x=0$                  | $y := x+z$      | $N \Leftrightarrow ?$       |
| g) $V \Leftrightarrow x=z$                  | $y := x+z$      | $N \Leftrightarrow ?$       |
| h) $V \Leftrightarrow z=0$                  | $y := x+z$      | $N \Leftrightarrow ?$       |
| i) $V \Leftrightarrow ?$                    | $y := x+z$      | $N \Leftrightarrow T$       |
| j) $V \Leftrightarrow ?$                    | $x := x*y$      | $N \Leftrightarrow x*y=100$ |
| k) $V \Leftrightarrow (y=0) \wedge (x < y)$ | $y := x*x + 10$ | $N \Leftrightarrow ?$       |

**Aufgabe 2)**

Beweisen Sie, dass die folgenden Programmstücke bzgl. Vor- und Nachbedingungen korrekt sind (Das müssen nicht die schwächsten / stärksten sein!):

- |  |            |   |
|--|------------|---|
| a) $V \Leftrightarrow x > 0$                   | $x := x^2$ | $N \Leftrightarrow x > 0$                       |
| b) $V \Leftrightarrow x+y+z=10$                | $y := y+z$ | $N \Leftrightarrow x+y=10$                      |
| c) $V \Leftrightarrow x=q*y+r \wedge r \geq y$ | $r := r-y$ | $N \Leftrightarrow x=(q+1)*y+r \wedge r \geq 0$ |

Hinweis: Um die Korrektheit zu prüfen, ermitteln Sie aus der Vorbedingung die stärkste Nachbedingung (oder aus der Nachbedingung die stärkste Vorbedingung) und prüfen Sie die Folgerbarkeit bzgl. der angegebenen Nachbedingung (bzw. Vorbedingung).

**Aufgabe 3)**

Finden Sie zu den folgenden Programmausschnitten und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

Geben Sie außerdem 2 zulässige Wertepaare für  $x$  und  $y$  an, sodass beim einen Paar der then-Block und beim anderen der else-Block durchlaufen wird.

a)  $V \Leftrightarrow ?$

```
if x = y
  then

      y := x * x
  else

      x := y * y
```

$N \Leftrightarrow x = y$

b)  $V \Leftrightarrow ?$

```
if y > x
  then
    begin

      x := x + y;

      y := x - y;
    end
  else
    begin

      y := x + y;

      x := x - y;
    end
```

$N \Leftrightarrow y > x$

**Aufgabe 4)**

Berechnen Sie zu der gegebenen Vorbedingung  $\varphi$  die stärkste Nachbedingung  $\psi$ :

a) Gegeben sei:

$x > 0$                        $\varphi$

if ( $y > 0$ )

  then

$y := x * x$

  else

$x := y * y$

Nachbedingung               $\psi$

b) Gegeben sei:

$x * y = 1$                        $\varphi$

if ( $y > 0$ )

  then

$y := x / y$

  else

$x := x * y$

Nachbedingung               $\psi$