Aufgabe 1)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y F(x): x ist weiblich M(x): x ist männlich K(x,y): x ist Kind von y

Beschreiben Sie in einem deutschen Satz, was die folgenden Aussagen bedeuten. Äußern Sie sich dazu, ob Sie die Aussage für stark (schwierig erfüllbar) oder schwach (leicht erfüllbar) halten.

a) $\forall x$: M(x) → L(x,x)

b) $\forall x$: M(x) ∧ L(x,x)

c) $\forall x\ \forall y\ \forall z$: F(x) ∧ M(y) ∧ K(z,x) ∧ K(z,y) → L(x,y)

d) $\forall x\ \forall y\ \exists z$: F(x) ∧ M(y) ∧ K(z,x) ∧ K(z,y) → L(x,y)

e) $\forall x\ \forall y\ \forall z$: F(x) ∧ M(y) ∧ L(x,y) → K(z,x) ∧ K(z,y)

f) $\forall x\ \forall y\ \exists z$: F(x) ∧ M(y) ∧ L(x,y) → K(z,x) ∧ K(z,y)

g) $\exists x\ \forall y$: M(x) ∧ (¬F(y) ∨ ¬L(y,x))

h) $\exists x\ \forall y$: M(x) ∧ (F(y) → ¬L(y,x))

i) $\exists x\ \exists y$: M(x) ∧ (¬F(y) ∨ ¬L(y,x))

j) $\exists x\ \exists y$: (M(x) ∧ F(y)) → ¬L(y,x))

Aufgabe 2)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- hatNote (x,y,z) bedeutet, dass x die Note z im Fach y hat
- besteht (x,y) bedeutet, dass x das Fach y besteht.
- hatChancen (x) bedeutet, dass x irgendein Studienfach besteht.
- mindestensSoHart (x,y) bedeutet, dass alle Studierenden, die im Fach y durchfallen, auch in x durchfallen.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.
Anm.: Der Brückenkurs zählt nicht als Studienfach, kann aber als Fach in den Prädikaten oben eingesetzt werden.

a) Keiner, der im Brückenkurs durchfällt, hat Chancen.

b) Analysis ist mindestens so hart wie DM und PS1.

c) Nur Studierende, die den Brückenkurs bestehen, haben Chancen.

d) Studierende, die den Brückenkurs bestehen, bestehen auch ein anderes Fach.

e) Niemand hat in DM und PS1 Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.

f) Karl ist in Analysis durchgefallen, hat aber Chancen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

g) Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht PS1.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 3)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

a) $\forall i \geq 0: i < j$
b) $\forall i \geq 0 : \exists j \geq 0 : i < j$
c) $\forall i \geq 0 : \exists j \geq 0 : j < i$
d) $\exists i \geq 0 : \forall j \geq 0 : j \leq i$
e) $i^2 > 0$
f) $i > i + 1$
g) $(i - j)^2 = i^2 - 2 \cdot i \cdot j + j^2$

Aufgabe 4)

Ordnen Sie die folgenden Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

a) Sei m aus der Menge aller Menschen:
A <=> m studiert Allgemeine Informatik
B <=> m studiert an der FH Wedel
C <=> m besucht „Funktionale Programmierung“ an der FH Wedel als Pflichtveranstaltung
D <=> m studiert ein Informatikfach an der FH Wedel E<=> T F<=> ⊥
G <=> m studiert auf B.Sc.
H <=> m studiert Allgemeine Informatik an der FH Wedel

b) Seien i, j ganze Zahlen:
$(i > j) \wedge (i > -j)$, $i > 1$, $i \geq 1$, $j < 1$, $(i > j) \wedge (j \geq 0)$, $(j \geq 0)$,
$(i = j) \wedge (j \geq 0)$, $j^2 + 1 < i$, $j^2 \leq i^2$

Aufgabe 5)

Im Folgenden sind jeweils eine Vorbedingung V, eine Programmanweisung sowie eine Nachbedingung N angegeben. Sie sollen entweder zu einer vorgebenen Vorbedingung angeben, wie die Nachbedingung nach Ausführung des Programms aussieht oder zu einer vorgegebenen Nachbedingung angeben, wie die Vorbedingung aussehen muss, damit diese nach Ausführung des Programms erfüllt ist.

Versuchen Sie jeweils, die gesuchte Nachbedingung so stark wie möglich bzw. die gesuchte Vorbedingung so schwach wie möglich zu machen. Äußern Sie sich bei der gesuchten Nachbedingung nach Möglichkeit zur Belegung aller in der Anweisung vorkommenden Variablen und deren Beziehung zueinander.

Setzen Sie voraus, dass die Variablen x,y,z ganze Zahlen sind und definiert:

a)	V ⇔ z=0	z := x-z	N ⇔ ?
b)	V ⇔ x*z>0	y := x*z	N ⇔ ?
c)	V ⇔ x*y=10	x := x*y	N ⇔ ?
d)	V ⇔ x=5	x := x-1	N ⇔ ?
e)	V ⇔ ?	x := x*2	N ⇔ x mod 2 = 1
f)	V ⇔ ?	x := x*x	N ⇔ x > 0
g)	V ⇔ x = y	x := x*x	N ⇔ ?
h)	V ⇔ ?	x := y*y	N ⇔ y > 0
i)	V ⇔ x = y	x := y*y	N ⇔ ?
j)	V ⇔ ?	z := x*y	N ⇔ z*y = x
k)	V ⇔ ?	z := x*y	N ⇔ z*y = z
l)	V ⇔ x = y	z := x*y	N ⇔ ?
m)	V ⇔ x*y ≠ z	z := x*y	N ⇔ ?
n)	V ⇔ ?	x := 1	N ⇔ z*y = x
o)	V ⇔ y = z-x	x := 1	N ⇔ ?