

Aufgabe 1)

Bringen Sie die folgenden Formeln in KNF und stellen Sie diese in Mengendarstellung dar:

- a) $\neg(p \rightarrow \neg p)$
- b) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \wedge p)$

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

- $L(x,y)$: x liebt y
- $F(x)$: x ist weiblich
- $M(x)$: x ist männlich
- $K(x,y)$: x ist Kind von y

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Erwin ist der Sohn von Hans.
- b) Hans ist der Vater von Erwin.
- c) Linda liebt alle Kinder von Hans.
- d) Linda liebt nur die Kinder von Hans.
- e) Linda liebt keine Kinder, die nicht von Hans sind, es sei denn sie sind von ihr selbst.
- f) Jede Mutter liebt ihre Kinder.
- g) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.
- h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 3)

Es sei folgende Formel F gegeben:

$$F: (\forall z: (x \leq z) \vee (\exists y (x + y) < z))$$

- a) Geben Sie mögliche Definitionsbereiche für alle Variablen an!
- b) Von welchen Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- c) Ist F für diese Variablen erfüllbar / widerlegbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- $\text{wohntIn}(x,y)$ bedeutet, dass x im Ort y wohnt.
- $\text{wohntImSelbenOrtWie}(x,y)$ bedeutet, dass x und y im selben Ort wohnen.
- $\text{studiert}(x)$ bedeutet, dass x an einer Hochschule studiert.
- $\text{studiertAn}(x,y)$ bedeutet, dass x an der Hochschule y studiert.
- $\text{gleich}(x,y)$ bedeutet, dass x gleich y ist.

Außerdem seien folgende Funktionen gegeben:

- $\text{ort}(x)$ ergibt den Ort, in dem x gelegen ist bzw. wohnt.
- $\text{hochschule}(x)$ ergibt die Hochschule von x

Zur Verfügung stehen folgende Mengen: Menschen, Studierende, Orte, Hochschulen, $\{\top, \perp\}$

- Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge für alle oben angegebenen Prädikate und Funktionen an.
- Beschreiben Sie $\text{wohntIn}(x,y)$ mit einer dazu äquivalenten logischen Formel, die nur andere Prädikate oder Funktionen benutzt.
- Beschreiben Sie $\text{studiertAn}(x,y)$ mit einer dazu äquivalenten logischen Formel, die nur andere Prädikate oder Funktionen benutzt.
- Beschreiben Sie $\text{studiert}(x)$ mit einer dazu äquivalenten logischen Formel, die nur andere Prädikate oder Funktionen benutzt.

Aufgabe 5)

Gegeben seien die in Aufgabe 4 angegebenen Prädikate und Funktionen.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser Prädikate und Funktionen aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Anna wohnt in Hamburg und studiert an der FH Wedel.
- In jeder Stadt, die eine Hochschule hat, wohnen auch Leute, die an dieser Hochschule studieren.
- Wenn Otto studiert, dann nur an einer Hochschule in der Stadt, in der er wohnt.
- Anna wohnt im selben Ort wie Otto, studiert aber an einer anderen Hochschule.

Folgt aus diesen Sachverhalten, dass Hamburg eine Hochschule hat? Begründen Sie Ihre Antwort!