

NAME: _____

TUTORIUM (WOCHENTAG): _____

GTI, FORMALE LOGIK UND VERIFIKATION SS 2017

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 05 (6 Aufgaben)

S.1/4



Aufgabe 1)

Finden Sie zu folgendem Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

Geben Sie außerdem 2 zulässige Wertepaare für x und y an, sodass beim einen Paar der then-Block und beim anderen der else-Block durchlaufen wird.

$V \Leftrightarrow ?$

```
x := y * y;
```

```
if x ≥ y
```

```
  then
```

```
    x := 1 / y
```

```
  else
```

```
    y := 1 / y
```

$N \Leftrightarrow \mathbf{x = y}$

Aufgabe 3)

Betrachten Sie folgendes Programm:

```
{ n, s, k ∈ N }      φ

s := 1;
k := n;

while(k > 0) do
  begin
    k := k - 1;
    s := k + s;
  end

{ Nachbedingung }    ψ
```

- Formulieren Sie die Belegungswerte, die für jeden Schleifendurchlauf gültig sind. Beweisen Sie das durch vollständige Induktion.
- Zeigen Sie, dass dann die Schleife irgendwann terminiert (wann genau?). Formulieren und beweisen Sie direkt unter Verwendung von a), was diese dann berechnet hat.
- Verändern Sie das Programm so, dass es die Summe von 1 bis n berechnet. Sie dürfen dafür die Initialisierungswerte oder die Abbruchbedingung ändern, nicht aber die Reihenfolge der Anweisungen.

Aufgabe 4)

Gegeben sei folgendes Programm:

```
{n: integer}

k := 0; s := 0;
while k < n do
  begin
    s := k + s;
    k := k + 1;
  end {while}
```

- Was berechnet dieses Programm? Geben Sie die genaue Abhängigkeit von n an!
 - Beweisen Sie a)!
- Hinweis: Sie sollten mit diesem Teil beginnen, also erst mal durch Ausprobieren die Invariantenbedingungen für s und k bestimmen, nachsehen, wann das Programm abbricht, und dann erst die genaue Abhängigkeit des Ergebnisses von n angeben.

Aufgabe 5)

Gegeben sei folgendes Programm:

```
{n: integer}
k := 1; s := 0;
while k < n do
begin
  s := k - s;
  k := k + s;
end {while}
```

- Zeigen Sie, dass für alle i gilt: $s_i = F_i$ und $k_i = F_{i+2}$.¹
- Spezifizieren Sie genau (in Worten), was am Ende ausgerechnet wird.

Aufgabe 6)

Betrachten Sie folgendes Programm:

Gegeben seien n Zahlen $a[1] \dots a[n] \in \mathbb{Q}$.

```
k := 1;
while (k < n) do
begin
  k := k + 1;
  d := a[k] - a[k-1];
  if m > d
  then
    m := d;
end
```

- Geben Sie eine Nachbedingung für m an! Brauchen Sie Vorbedingungen dafür?
- Bestimmen Sie die Invariantenbedingungen m_i , k_i und d_i , die nach jedem Schleifendurchlauf erfüllt sind und beweisen Sie das mit vollständiger Induktion!
- Beweisen Sie, dass die Schleife terminiert und folgern Sie dann die in a) angegebene Nachbedingung!
- Ändern Sie das Programm so ab, dass es den Betrag des kleinsten Abstands ausgibt, der zwischen zwei hintereinander folgenden Zahlen auftreten kann!

¹ F_i ist die i -te Fibonaccizahl: $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_2 = 1$, ...