

NAME: \_\_\_\_\_

TUTORIUM (WOCHENTAG): \_\_\_\_\_

**GTI, FORMALE LOGIK UND VERIFIKATION SS 2017**

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

**Übungsblatt 05** (6 Aufgaben)

S.1/4



**Aufgabe 1)**

Finden Sie zu folgendem Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

Geben Sie außerdem 2 zulässige Wertepaare für x und y an, sodass beim einen Paar der then-Block und beim anderen der else-Block durchlaufen wird.

$V \Leftrightarrow ?$

```
x := y * y;
```

```
if x ≥ y
```

```
  then
```

```
    x := 1 / y
```

```
  else
```

```
    y := 1 / y
```

$N \Leftrightarrow \mathbf{x = y}$



**Aufgabe 3)**

Betrachten Sie folgendes Programm:

```
{ n, s, k ∈ N }      φ

s := 1;
k := n;

while(k > 0) do
  begin
    k := k - 1;
    s := k + s;
  end

{ Nachbedingung }    ψ
```

- Formulieren Sie die Belegungswerte, die für jeden Schleifendurchlauf gültig sind. Beweisen Sie das durch vollständige Induktion.
- Zeigen Sie, dass dann die Schleife irgendwann terminiert (wann genau?). Formulieren und beweisen Sie direkt unter Verwendung von a), was diese dann berechnet hat.
- Verändern Sie das Programm so, dass es die Summe von 1 bis n berechnet. Sie dürfen dafür die Initialisierungswerte oder die Abbruchbedingung ändern, nicht aber die Reihenfolge der Anweisungen.

**Aufgabe 4)**

Gegeben sei folgendes Programm:

```
{n: integer}

k := 0; s := 0;
while k < n do
  begin
    s := k + s;
    k := k + 1;
  end {while}
```

- Was berechnet dieses Programm? Geben Sie die genaue Abhängigkeit von n an!
  - Beweisen Sie a)!
- Hinweis: Sie sollten mit diesem Teil beginnen, also erst mal durch Ausprobieren die Invariantenbedingungen für s und k bestimmen, nachsehen, wann das Programm abbricht, und dann erst die genaue Abhängigkeit des Ergebnisses von n angeben.

**Aufgabe 5)**

Gegeben sei folgendes Programm:

```
{n: integer}
k := 1; s := 0;
while k < n do
begin
  s := k - s;
  k := k + s;
end {while}
```

- Zeigen Sie, dass für alle  $i$  gilt:  $s_i = F_i$  und  $k_i = F_{i+2}$ .<sup>1</sup>
- Spezifizieren Sie genau (in Worten), was am Ende ausgerechnet wird.

**Aufgabe 6)**

Betrachten Sie folgendes Programm:

Gegeben seien  $n$  Zahlen  $a[1] \dots a[n] \in \mathbb{Q}$ .

```
k := 1;
while (k < n) do
begin
  k := k + 1;
  d := a[k] - a[k-1];
  if m > d
  then
    m := d;
end
```

- Geben Sie eine Nachbedingung für  $m$  an! Brauchen Sie Vorbedingungen dafür?
- Bestimmen Sie die Invariantenbedingungen  $m_i$ ,  $k_i$  und  $d_i$ , die nach jedem Schleifendurchlauf erfüllt sind und beweisen Sie das mit vollständiger Induktion!
- Beweisen Sie, dass die Schleife terminiert und folgern Sie dann die in a) angegebene Nachbedingung!
- Ändern Sie das Programm so ab, dass es den Betrag des kleinsten Abstands ausgibt, der zwischen zwei hintereinander folgenden Zahlen auftreten kann!

---

<sup>1</sup>  $F_i$  ist die  $i$ -te Fibonaccizahl:  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_2 = 1$ , ...