GTI, FORMALE LOGIK UND VERIFIKATION SS 2017

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 03 (6 Aufgaben) S.1/3

fhwedel UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- studiert (s,f,h): s studiert das Fach f an Hochschule h
- hatAbiturnote (s,n): s hat die Abiturnote n (n = 5 wenn s gar kein Abitur hat)
- hat Fachhochschulreifennote (s,n): s hat die Fachhochschulreifennote n (n = 5, wenn s gar keine Fachhochschulreife hat)

a) Geben Sie die Definitionsbereiche für alle Prädikate an! Hierbei ist zu berücksichtigen, dass Noten für bestandene Examen in Zehntelschritten zwischen 1,0 und 4,0 sein können, und dass das Examen auch nicht bestanden sein kann (was nicht unterschieden werden soll von „nicht versucht“)

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Sie dürfen zusätzlich mit arithmetischen Vergleichsprädikaten arbeiten.

b) Jeder, der das Abitur bestanden hat, hat auch die Fachhochschulreife.

c) Alle Studierenden der FH Wedel haben Abitur oder Fachhochschulreife.

d) Nur Absolventen mit Abiturdurchschnitt mindestens 3,2 oder Fachhochschulreife mindestens 2,7 studieren an der FH Wedel.

e) Alle Abiturienten mit Abiturdurchschnitt 1,0 studieren Medizin oder Jura.

f) Wer Medizin oder Jura studiert, hat Abitur.

g) Wer Abiturdurchschnitt 1,0 hat und nicht Medizin oder Jura studiert, studiert Informatik an der FH Wedel.

h) An der FH Wedel kann ein Studierender nur ein Fach (gleichzeitig) studieren.

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$: x liebt y $\qquad$ $F(x)$: x ist weiblich $\qquad$ $M(x)$: x ist männlich

Beschreiben Sie in einem deutschen Satz, was die folgenden Aussagen bedeuten. Äußern Sie sich dazu, ob Sie die Aussage für stark (schwierig erfüllbar) oder schwach (leicht erfüllbar) halten.

a) $\forall x: M(x) \rightarrow L(x,x)$

b) $\forall x: M(x) \land L(x,x)$

c) $\forall x\ \forall y: (F(x) \land M(y) \land L(x,y)) \rightarrow (\exists z: L(y,z) \land (z \neq y))$

d) $\forall x\ \forall y: (F(x) \wedge (\exists z: L(y,z) \wedge (z \neq y)) \rightarrow M(y) \wedge L(x,y))$

e) $\exists x: M(x) \rightarrow \neg\exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

f) $\exists x: M(x) \wedge \neg\exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

g) $\exists x\ \exists y: M(x) \wedge \neg F(y) \wedge L(y,x)$

h) $\exists x\ \forall y: M(x) \wedge (\neg F(y) \vee \neg L(y,x))$

Aufgabe 3)

Der folgende Formelterm beschreibt in jeder Version eine Eifersuchtsbeziehung, in der es darum geht, dass ein Mann einen anderen Geliebten seiner Geliebten nicht liebt. Die Varianten unterscheiden sich aber durch die Art der Quantoren. Geben Sie für jede Variante an, ob es möglich gibt, dass es einen Mann gibt, der einen anderen Geliebten seiner Geliebten doch liebt, oder ob es sogar möglich ist, dass alle Männer einen anderen Geliebten ihrer Geliebten lieben. Wenn es möglich ist, die durch die jeweiligen Quantoren formulierte Aussage in einem vernünftigen deutschen Satz zu beschreiben, versuchen Sie das.

a) $\forall x\ \forall y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z) \wedge (x \neq z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

b) $\forall x\ \forall y\ \forall z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z) \wedge (x \neq z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

c) $\forall x\ \exists y\ \forall z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z) \wedge (x \neq z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

d) $\forall x\ \exists y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z) \wedge (x \neq z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

e) $\exists x\ \exists y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z) \wedge (x \neq z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

f) $\exists x\ \exists y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z) \wedge (x \neq z)) \wedge \neg L(x,z)$

Aufgabe 4)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar und widerlegbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

a) $\forall i \leq 0: i < j$
b) $\forall i \leq 0 : \exists j < 0 : i < j$
c) $\forall i < 0 : \exists j < 0 : i \leq j$
d) $\exists j < 0 : \forall i < 0 : i \leq j$
e) $i^2 \leq 0$
f) $i^2 \leq i^2 - 1$
g) $(i + j)^2 = i^2 + 2 \cdot i \cdot j + j^2$

Aufgabe 5)

Seien m aus der Menge aller Menschen und x, y $\in \mathbb{Z}$.

Ordnen Sie die folgenden Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

a) i) m studiert
ii) m hat mindestens Fachhochschulreife
iii) m studiert an der FH Wedel
iv) m hat mindestens Hochschulreife
v) m ist im 5. Semester an der FH Wedel
vi) m studiert Wirtschaftsinformatik

b) $x^2 > 0$, $x > 0$, $x > 10$, $x \geq 10$, $x < 0$

c) $(x \geq y) \wedge (x \geq -y)$, T, $x > 0$, $x \geq 0$, $y < 0$, $\perp$, $(x \geq y) \wedge (y \geq 0)$, $(y \geq 0)$, $(x = y) \wedge (y \geq 0)$

Aufgabe 6) [1]

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 31.10.2013 $\in$ *Daten*)
Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

J (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Jahreszahl von x	(Bsp.: J (31.10.2013) = 2013)
M (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Monatszahl von x	(Bsp.: M (31.10.2013) = 10)
T (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Tagesdatumszahl von x	(Bsp.: T (31.10.2013) = 31)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

a) In keinem Jahr gibt es einen 30.02.

b) Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

c) Nur Jahre, die durch 4 teilbar sind, können einen 29.02. haben.

[1] Diese Aufgabe ist identisch zu Aufgabe 5) von Übung 2), die bei der Besprechung von Übung 2) aus Zeitgründen nicht mehr behandelt werden konnte. Wer das noch nicht gelöst hat, hat also noch mal die Chance.