

Aufgabe 1)

Sei \vec{x} ein Vektor aus n Zahlen ($n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$) und $f: (\mathbb{N})^n \rightarrow \mathbb{N}$ eine Funktion mit:

$$f(\vec{x}) = (\text{erste Komponente von } \vec{x} \text{ als Zahl}) + f(\vec{x} \text{ ohne erste Komponente}),$$

wenn \vec{x} mehrelementig

$$f(\vec{x}) = \text{erste Komponente von } \vec{x} \text{ als Zahl, wenn } \vec{x} \text{ einelementig}$$

Was berechnet f ? Zu welchem Rekursionstyp gehört diese Formulierung von f ?

Aufgabe 2)

Beschreiben Sie das Ergebnis der folgenden Funktion in Worten und wandeln sie diese in eine äquivalente nichtrekursive Funktion um, die mit einer Schleife arbeitet:

```
function f(x : R+) : R;  
begin  
  if x < 1 then  
    return x2  
  else  
    return f(x/10);  
end;
```

Aufgabe 3)

- a) Geben Sie für die folgenden Funktionen den Rekursionstypen an.
 b) Begründen Sie jeweils Ihre Antwort (bei primitiv, end- und linear rekursiv durch Angabe der entspr. Funktionsteile oder (falls Ihnen das nicht gelingt) in Worten, bei allgemein rekursiv durch eine Argumentation, warum die Funktion noch nicht einmal linear rekursiv ist).
 c) Geben Sie für die endrekursiven Funktionen äquivalente nichtrekursive Prozeduren an!

i) `function ggT(x, y: N): N;`
`begin`
`if (x MOD y = 0) then`
`return y`
`else`
`return ggT(y, x MOD y);`
`end;`

ii) Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$f(x) = 0$	für $x = 0$
$f(x) = x^{f(x \text{ DIV } 3)}$	sonst.

Zusatzfrage: Was ist $f(31)$?

iii) `f (x : N) : N`
`begin`
`if (x > 100) then`
`return x-10`
`else`
`return f(f(x+11));`
`end`

Zusatzfrage: Berechnen Sie $f(80)$, $f(85)$ und $f(90)$!
 Was würden Sie daraus für $f(x)$ im allgemeinen vermuten?

iv) Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$f(x) = 1$	für $x = 1$
$f(x) = f(x/2)$	für gerade x
$f(x) = f(3x+1)$	für ungerade x .

Zusatzfrage: Berechnen Sie $f(10)$, $f(15)$ und $f(20)$!
 Was würden Sie daraus für $f(x)$ im Allgemeinen vermuten?
 Statt eines Beweises sollten Sie lieber nach Ulam-Collatz googeln!