NAME: ______________________________ TUTORIUM(TERMIN): ______________

GTI, FORMALE LOGIK UND VERIFIKATION SS 2016

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 06 (4 Aufgaben) S.1/2

fhwedel UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1) (Klausuraufgabe SS 2010)

Gegeben sei der folgende Programmausschnitt:

```
{n > 0 vom Typ integer}
k := 0; s := 1;
while (k < n) do
begin
   k := s - 1;
   s := s + 1;
end
```

a) Formulieren Sie Bedingungen für k und s, die nach dem i-ten Schleifendurchlauf erfüllt sind.

b) Beweisen Sie die Bedingungen aus a) mit vollständiger Induktion über i.

c) Geben Sie Nachbedingungen für k und s an.

d) Begründen Sie die Aussage von c): Hierfür dürfen Sie alles bisher Gezeigte verwenden.

Aufgabe 2)

Betrachten Sie folgendes Programm:

```
Gegeben seien n Zahlen a[1] ... a[n] ∈ ℚ.

m := 0;
k := 0;
while (k < n) do
  begin
    m := k * m;
    k := k + 1;
    m := (m + a[k])/k ;
  end
```

a) Geben Sie die Invariantenbedingungen m_i und k_i an, die nach jedem Schleifendurchlauf erfüllt sind! Brauchen Sie Vorbedingungen dafür?

b) Beweisen Sie die Gültigkeit der Invariantenbedingungen von a) mit vollständiger Induktion!

c) Geben Sie an, nach wie vielen Durchläufen die Schleife abbricht und folgern Sie mit Hilfe von a) eine Nachbedingung für m. Falls Sie in a) eine Vorbedingung formuliert haben, dürfen Sie diese weiterhin benutzen!

Aufgabe 3)

Was berechnet die folgende Prozedur? Was ist die schwächste Vorbedingung dafür? (Beweis!)

Hinweis: Beweis durch vollständige Induktion über einen der Parameter.

```
procedure rekursiv(m,n: integer): integer

begin
   if (n<=0)
      return 0
   else
      return m + rekursiv(m, n-1);
end;
```

Aufgabe 4)

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
function f(x, y, z : N) : N;
begin
   if (y=0) then
       return x*z
   else
      return f(x+z, y-1, z);
end;
```

a) Was ist f(3,4,2)? *(Zwischenschritte angeben!)*

b) Beweisen Sie durch vollständige Induktion über einen der Parameter, dass die Funktion $xz+yz^2$ berechnet.