

Aufgabe 1)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- studiert (s,f,h): s studiert das Fach f an Hochschule h
- hatAbiturnote (s,n): s hat die Abiturnote n (n = 5 wenn s gar kein Abitur hat)
- hat Fachhochschulreifenote (s,n): s hat die Fachhochschulreifenote n (n = 5, wenn s gar keine Fachhochschulreife hat)

a) Geben Sie die Definitionsbereiche für alle Prädikate an! Hierbei ist zu berücksichtigen, dass Noten für bestandene Examen in Zehntelschritten zwischen 1,0 und 4,0 sein können, und dass das Examen auch nicht bestanden sein kann (was nicht unterschieden werden soll von „nicht versucht“)

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Sie dürfen zusätzlich mit arithmetischen Vergleichsprädikaten arbeiten.

- b) Jeder, der das Abitur bestanden hat, hat auch die Fachhochschulreife.
- c) Alle Studierenden der FH Wedel haben Abitur oder Fachhochschulreife.
- d) Nur Absolventen mit Abiturdurchschnitt mindestens 3,2 oder Fachhochschulreife mindestens 2,7 studieren an der FH Wedel.
- e) Alle Abiturienten mit Abiturdurchschnitt 1,0 studieren Medizin oder Jura.
- f) Wer Medizin oder Jura studiert, hat Abitur.
- g) Wer Abiturdurchschnitt 1,0 hat und nicht Medizin oder Jura studiert, studiert Informatik an der FH Wedel.
- h) An der FH Wedel kann ein Studierender nur ein Fach (gleichzeitig) studieren.

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$: x liebt y

$F(x)$: x ist weiblich

$M(x)$: x ist männlich

Beschreiben Sie in einem deutschen Satz, was die folgenden Aussagen bedeuten. Äußern Sie sich dazu, ob Sie die Aussage für stark (schwierig erfüllbar) oder schwach (leicht erfüllbar) halten.

- a) $\forall x: M(x) \rightarrow L(x,x)$
- b) $\forall x: M(x) \wedge L(x,x)$
- c) $\forall x \forall y: (F(x) \wedge M(y) \wedge L(x,y)) \rightarrow (\exists z: L(y,z) \wedge (z \neq y))$

d) $\forall x \forall y: (F(x) \wedge (\exists z: L(y,z) \wedge (z \neq y)) \rightarrow M(y) \wedge L(x,y))$

e) $\exists x: M(x) \rightarrow \neg \exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

f) $\exists x: M(x) \wedge \neg \exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

g) $\exists x \exists y: M(x) \wedge \neg F(y) \wedge L(y,x)$

h) $\exists x \forall y: M(x) \wedge (\neg F(y) \vee \neg L(y,x))$

Aufgabe 3)

Der folgende Formelterm beschreibt in jeder Version eine Eifersuchsbeziehung, in der es darum geht, dass ein Mann den Geliebten seiner Geliebten nicht liebt. Die Varianten unterscheiden sich aber durch die Auswahl der Quantoren. Geben Sie für jede Variante an, ob es möglich gibt, dass es einen Mann gibt, der den Geliebten seiner Geliebten doch liebt, oder ob es sogar möglich ist, dass alle Männer den Geliebten ihrer Geliebten lieben. Geben Sie ferner an, welcher Zusatz im Formelterm noch gegeben werden sollte, damit eine nicht realistische Folgerung nicht gezogen werden muss.

a) $\forall x \forall y \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

b) $\forall x \forall y \forall z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

c) $\forall x \exists y \forall z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

d) $\forall x \exists y \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

e) $\exists x \exists y \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

f) $\exists x \exists y \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \wedge \neg L(x,z)$

Aufgabe 4)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar und widerlegbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

a) $\forall i \leq 0: i < j$

b) $\forall i \leq 0: \exists j < 0: i < j$

c) $\forall i < 0: \exists j < 0: i \leq j$

d) $\exists j < 0: \forall i < 0: i \leq j$

e) $i^2 \leq 0$

f) $i^2 \leq i^2 - 1$

g) $(i + j)^2 = i^2 + 2 \cdot i \cdot j + j^2$

Aufgabe 5)

Seien m aus der Menge aller Menschen und $x, y \in \mathbb{Z}$.

Ordnen Sie die folgenden Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

- a) i) m studiert
 ii) m hat mindestens Fachhochschulreife
 iii) m studiert an der FH Wedel
 iv) m hat mindestens Hochschulreife
 v) m ist im 5. Semester an der FH Wedel
 vi) m studiert Wirtschaftsinformatik
- b) $x^2 > 0$, $x > 0$, $x > 10$, $x \geq 10$, $x < 0$
- c) $(x \geq y) \wedge (x \geq -y)$, \top , $x > 0$, $x \geq 0$, $y < 0$, \perp , $(x \geq y) \wedge (y \geq 0)$, $(y \geq 0)$, $(x = y) \wedge (y \geq 0)$

Aufgabe 6)

Geben Sie für die folgenden Programme jeweils eine Vorbedingung V bzw. eine Nachbedingung N an. Versuchen Sie, die Vorbedingung möglichst schwach bzw. die Nachbedingung möglichst stark zu machen!

(Setzen Sie voraus, dass die Variablen x, y, z ganze Zahlen und definiert sind.)

- | | | |
|------------------|-------------------|----------|
| a) V | $z := 0$ | $z = 0$ |
| b) V | $z := 0$ | $z = 1$ |
| c) V | $x := x + 10$ | $x = 25$ |
| d) $x = 2$ | $y := x * x$ | N |
| e) $x < 0$ | $y := x * x$ | N |
| f) V | $y := x + z$ | $y = 0$ |
| g) V | $y := x + z$ | $z = 0$ |
| h) $z = 0$ | $y := x + z$ | N |
| i) \top | $y := x + z$ | N |
| j) $x * y = 100$ | $x := x * y$ | N |
| k) V | $y := x * x + 10$ | $y = 35$ |