

# ***Grundlagen der Theoretischen Informatik*** ***Formale Logik und Verifikation***

Sebastian Iwanowski  
FH Wedel

## **Kap. 4: Verifikation von Verzweigungen**

# Verifikation von Verzweigungen

## Definition einer Verzweigung:

```
if IfBedingung
then
    then-Anweisung
else
    else-Anweisung
```

`IfBedingung` muss eine **logische** Funktion sein, die nur von Variablen abhängen darf, die mit Werten belegt sind.

## Funktionsweise:

Zunächst wird `IfBedingung` ausgewertet.

Wenn `IfBedingung` wahr ist, wird nur die `then-Anweisung` ausgeführt.

Wenn `IfBedingung` falsch ist, wird nur die `else-Anweisung` ausgeführt.

# Verifikation von Verzweigungen

## Verifikationstechnik:

```
Vorbedingung
if IfBedingung
then
    then-Vorbedingung
    then-Anweisung
    then-Nachbedingung
else
    else-Vorbedingung
    else-Anweisung
    else-Nachbedingung
Nachbedingung
```

Aufgrund der Funktionsweise einer Verzweigung muss gelten:

- 1) then-Vorbedingung  $\Leftrightarrow$  (Vorbedingung  $\wedge$  IfBedingung)
- 2) else-Vorbedingung  $\Leftrightarrow$  (Vorbedingung  $\wedge \neg$  IfBedingung)
- 3) then-Nachbedingung  $\Rightarrow$  Nachbedingung
- 4) else-Nachbedingung  $\Rightarrow$  Nachbedingung

# Verifikation von Verzweigungen

## Verifikationstechnik:

```
Vorbedingung
if IfBedingung
then
    then-Vorbedingung
    then-Anweisung
    then-Nachbedingung
else
    else-Vorbedingung
    else-Anweisung
    else-Nachbedingung
Nachbedingung
```

## Damit gilt:

(Vorbedingung, if then ... else ..., Nachbedingung)

⇔

- 1) (Vorbedingung  $\wedge$  IfBedingung, then-Anweisung, Nachbedingung)
- 2)  $\wedge$  (Vorbedingung  $\wedge$   $\neg$  IfBedingung, else-Anweisung, Nachbedingung)

# Verifikation von Verzweigungen

**Beispiel für die Verifikation einer Verzweigung:**

Vorbedingung  $\varphi$

```
if (y>0)
  then
    z := x · y
  else
    z := x / y
```

$z \geq 0$   $\psi$

**Welches ist die schwächste Vorbedingung  $\varphi$  für  $\psi$  ?**

**1. Aufgabe:**  $(\varphi_1 \wedge (y>0), z := x \cdot y, z \geq 0)$

**2. Aufgabe:**  $(\varphi_2 \wedge (y \leq 0), z := x / y, z \geq 0)$

**Lösung:**  $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge (y>0)) \vee (\varphi_2 \wedge (y \leq 0))$

# Verifikation von Verzweigungen

## Verifikationstechnik:

Vorbedingung	$\varphi$
if IfBedingung	$\beta$
then	
then-Vorbedingung	$\varphi_1$
<b>then-Anweisung</b>	
then-Nachbedingung	$\psi_1$
else	
else-Vorbedingung	$\varphi_2$
<b>else-Anweisung</b>	
else-Nachbedingung	$\psi_2$
Nachbedingung	$\psi$

**Berechnung der schwächsten Vorbedingung: Gegeben  $\psi$ , berechne  $\varphi$**

- 1) Setze  $\psi_1 = \psi$  und berechne das schwächste  $\varphi_1$
- 2) Setze  $\psi_2 = \psi$  und berechne das schwächste  $\varphi_2$
- 3) Lösung:  $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

# Verifikation von Verzweigungen

## Verifikationstechnik:

Vorbedingung	$\varphi$
if IfBedingung	$\beta$
then	
then-Vorbedingung	$\varphi_1$
then-Anweisung	
then-Nachbedingung	$\psi_1$
else	
else-Vorbedingung	$\varphi_2$
else-Anweisung	
else-Nachbedingung	$\psi_2$
Nachbedingung	$\psi$

## Berechnung der stärksten Nachbedingung: Gegeben $\varphi$ , berechne $\psi$

- 1) Setze  $\varphi_1 = \varphi \wedge \beta$  und berechne das stärkste  $\psi_1$
- 2) Setze  $\varphi_2 = \varphi \wedge \neg\beta$  und berechne das stärkste  $\psi_2$
- 3) Lösung:  $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$

Anmerkung:  $(\psi_1 \wedge \beta) \vee (\psi_2 \wedge \neg\beta)$  gilt in Nachbedingung  $\psi$  nicht notwendigerweise, da die then- bzw. else-Anweisung  $\beta$  bzw.  $\neg\beta$  zerstören könnte.

# Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik: **Achtung Verwechslungsgefahr !**

S	{	Vorbedingung	$\varphi$
		if IfBedingung	$\beta$
	then	then-Vorbedingung	$\varphi_1$
		then-Anweisung	
		then-Nachbedingung	$\psi_1$
	else	else-Vorbedingung	$\varphi_2$
		else-Anweisung	
		else-Nachbedingung	$\psi_2$
		Nachbedingung	$\psi$

Zusammenhang der **Anweisungen** S, T und E:

$$(\varphi, S, \psi) \Leftrightarrow (\varphi \wedge \beta, T, \psi) \wedge (\varphi \wedge \neg\beta, E, \psi)$$

*Es wird hier keine Aussage über den Zusammenhang von  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi, \beta$  gemacht !*

Zusammenhang der **Bedingungen**  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi, \beta$ :

1)  $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

2)  $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$