

Aufgabe 1)

Was berechnet die folgende Prozedur? Was ist die schwächste Vorbedingung dafür? (Beweis!)

Hinweis: Beweis durch vollständige Induktion über einen der Parameter.

```
procedure f(m,n: integer): integer
begin
  if (m <= 0)
    return 1
  else
    return m * f(m-1, n);
end;
```

Ersetzen Sie die Bedingung für den nichtrekursiven Aufruf durch $(m < 0)$. Was wird dann berechnet?

Aufgabe 2)

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
procedure f(x, y, z: N): N;
begin
  if (x ≤ y) then
    return z
  else
    return f(x-1, y, z+1);
end;
```

- a) Berechnen Sie $f(10,7,3)$
- b) Was berechnet $f(x,y,z)$ im allgemeinen? Beweisen Sie das durch vollständige Induktion über einen der Parameter!

Aufgabe 3)

- a) Geben Sie für die folgenden Funktionen den Rekursionstypen an.
 b) Begründen Sie jeweils Ihre Antwort (bei primitiv, end- und linear rekursiv durch Angabe der entspr. Funktionsteile oder (falls Ihnen das nicht gelingt) in Worten, bei allgemein rekursiv durch Argumentation, warum die Funktion noch nicht einmal linear rekursiv ist.
 c) Geben Sie für die endrekursiven Funktionen äquivalente nichtrekursive Prozeduren an!

i) `procedure ggT(x, y: N): N;`
`begin`
`if (x MOD y = 0)`
`then return y`
`else return ggT(y, x MOD y)`
`end;`

ii) Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\begin{array}{ll} f(x) = 0 & \text{für } x = 0 \\ f(x) = f(x-1) + 1 & \text{für } x = 1 \\ f(x) = x^{f(x \bmod 2)} & \text{sonst.} \end{array}$$

Zusatzfrage: Was ist $f(32)$?

iii) `procedure f(x: N): N`
`begin`
`if ((x * x) MOD 2 = 1) then`
`return x`
`else`
`return x/2 + f(x DIV 2)`
`end`

Zusatzfrage: Was ist $f(30)$? Haben Sie eine Vermutung, was für allgemeine x herauskommt?

iv) Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\begin{array}{ll} f(x) = 1 & \text{für } x = 1 \\ f(x) = f(x/2) & \text{für gerade } x \\ f(x) = f(3x+1) & \text{für ungerade } x. \end{array}$$

Berechnen Sie $f(10)$, $f(15)$ und $f(20)$! Was würden Sie daraus für $f(x)$ im Allgemeinen vermuten?

Statt eines Beweises sollten Sie lieber nach Ulam-Collatz googeln!