Aufgabe 1)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- studiert (s,f,h): s studiert das Fach f an Hochschule h
- hatAbiturnote (s,n): s hat die Abiturnote n (n = 5 wenn s gar kein Abitur hat)
- hat Fachhochschulreifennote (s,n): s hat die Fachhochschulreifennote n (n = 5, wenn s gar keine Fachhochschulreife hat)

a) Geben Sie die Definitionsbereiche für alle Prädikate an! Hierbei ist zu berücksichtigen, dass Noten für bestandene Examen in Zehntelschritten zwischen 1,0 und 4,0 sein können, und dass das Examen auch nicht bestanden sein kann (was nicht unterschieden werden soll von „nicht versucht“)

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Sie dürfen zusätzlich mit arithmetischen Vergleichsprädikaten arbeiten.

b) Jeder, der das Abitur bestanden hat, hat auch die Fachhochschulreife.

c) Alle Studierenden der FH Wedel haben Abitur oder Fachhochschulreife.

d) Nur Absolventen mit Abiturdurchschnitt mindestens 3,2 oder Fachhochschulreife mindestens 2,7 studieren an der FH Wedel.

e) Alle Abiturienten mit Abiturdurchschnitt 1,0 studieren Medizin oder Jura.

f) Wer Medizin oder Jura studiert, hat Abitur.

g) Wer Abiturdurchschnitt 1,0 hat und nicht Medizin oder Jura studiert, studiert Informatik an der FH Wedel.

h) An der FH Wedel kann ein Studierender nur ein Fach (gleichzeitig) studieren.

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y F(x): x ist weiblich M(x): x ist männlich

Beschreiben Sie in einem deutschen Satz, was die folgenden Aussagen bedeuten. Äußern Sie sich dazu, wie realitätsnah Sie die Aussage halten.

a) $\forall x: M(x) \rightarrow L(x,x)$

b) $\forall x: M(x) \wedge L(x,x)$

c) $\forall x\ \forall y: (F(x) \wedge M(y) \wedge L(x,y)) \rightarrow (\exists z: L(y,z) \wedge (z \neq y))$

d) $\forall x\ \forall y: (F(x) \wedge (\exists z: L(y,z) \wedge (z \neq y)) \rightarrow M(y) \wedge L(x,y))$

e) $\exists x: M(x) \rightarrow \neg\exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

f) $\exists x: M(x) \wedge \neg\exists y: F(y) \wedge L(y,x)$

g) $\exists x\ \exists y: M(x) \wedge \neg F(y) \wedge L(y,x)$

h) $\exists x\ \forall y: M(x) \wedge (\neg F(y) \vee \neg L(y,x))$

i) $\forall x\ \forall y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

j) $\forall x\ \forall y\ \forall z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

k) $\forall x\ \exists y\ \forall z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

l) $\forall x\ \exists y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

m) $\exists x\ \exists y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \rightarrow \neg L(x,z)$

n) $\exists x\ \exists y\ \exists z: (M(x) \wedge F(y) \wedge M(z) \wedge L(x,y) \wedge L(y,z)) \wedge \neg L(x,z)$

Aufgabe 3)

Geben Sie die Implikationen an, die Sie zwischen den Aussagen aus Aufgabe 2) machen können, d.h. ordnen Sie die Aussagen nach ihrer Stärke.

Hinweis: Sie sollten sich auf eine minimale Anzahl von Implikationen beschränken, sodass weitere Implikationen aufgrund der Transitivität automatisch geschlossen werden können.

Zusatzfrage: Was hat das mit einem Hassediagramm zu tun?

Aufgabe 4)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar und widerlegbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation")!

a) $\forall i \leq 0: i < j$
b) $\forall i \leq 0 : \exists j < 0 : i < j$
c) $\forall i < 0 : \exists j < 0 : i \leq j$
d) $\exists j < 0 : \forall i < 0 : i \leq j$
e) $i^2 \leq 0$
f) $i^2 \leq i^2 - 1$
g) $(i + j)^2 = i^2 + 2 \cdot i \cdot j + j^2$

Aufgabe 5)

Seien m aus der Menge aller Menschen und x, y $\in \mathbb{Z}$.

Stellen Sie schematisch die Mengen dar, die folgende Bedingungen erfüllen (machen Sie sich daran die Teilmengen-Beziehungen deutlich). Ordnen Sie dann die Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

a) { m studiert }, { m hat mindestens Fachhochschulreife }, { m studiert an der FH Wedel }, { m hat mindestens Hochschulreife } , { m ist im 5. Semester an der FH Wedel }, { m studiert Wirtschaftsinformatik }

b) $\{ x^2 > 0 \}$, $\{ x > 0 \}$, $\{ x > 10 \}$, $\{ x \geq 10 \}$, $\{ x < 0 \}$

c) $\{(x \geq y) \wedge (x \geq -y)\}$, $\{T\}$, $\{x > 0\}$, $\{x \geq 0\}$, $\{y < 0\}$, $\{\perp\}$, $\{(x \geq y) \wedge (y \geq 0)\}$, $\{(y \geq 0)\}$, $\{(x = y) \wedge (y \geq 0)\}$