Aufgabe 1)

Bringen Sie die folgenden Formeln in KNF und stellen Sie diese in Mengendarstellung dar:

a) $p \to (p \to q)$
b) $\neg(p \vee (q \wedge r))$

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y

V(x,y): x ist mit y verheiratet

F(x): x ist weiblich

M(x): x ist männlich

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

a) Anna ist eine Frau, Bernd und Erwin sind Männer.

b) Anna liebt Bernd, ist aber mit Erwin verheiratet.

c) Erwin liebt alle Frauen.

d) Nur Anna liebt Bernd.

e) Bernd liebt niemanden außer sich selbst.

f) Erwin wird von jeder Frau geliebt außer von Anna.

g) Nur Personen verschiedenen Geschlechts dürfen miteinander verheiratet sein.

h) Es gibt keine Person, die beiderlei Geschlechts ist.

i) Miteinander verheiratet zu sein beruht auf Gegenseitigkeit.

j) Jeder Mensch hat höchstens einen Ehepartner.

k) Anna liebt nur Männer, die nicht andere Frauen lieben.

l) Erwin liebt keine Männer, die Frauen lieben, die er auch liebt.

Aufgabe 3)

Nehmen Sie an, dass alle Aussagen in Aufgabe 2) wahr sind und machen Sie eine Aussage zu folgenden Fragen. Geben Sie als Antwort: „stimmt“, „stimmt nicht“ oder „kann nicht beantwortet werden“.

a) Erwin liebt Anna

b) Bernd ist mit Anna verheiratet.

c) Erwin liebt Bernd.

Aufgabe 4)

Sei S die Menge aller Studenten, F die Menge aller Fächer und N = {1, 2, 3, 4, 5} die Menge aller Klausurnoten.

Gegeben sei ferner das Prädikat hatKlausurnote (x,y,z), welches bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat sowie die Funktion klausurnote (x,y), welche einem Studierenden die Klausurnote im Fach y zuordnet.

a) Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge von hatKlausurnote (x,y,z) und klausurnote (x,y) an.

b) Beschreiben Sie hatKlausurnote (x,y,z) mit Hilfe der Funktion klausurnote (x,y) und arithmetischen Vergleichsoperatoren.

c) Definieren Sie mit Hilfe der angegebenen Funktionen und Prädikate folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:
   - eignetSichAlsTutor (x) bedeutet, dass x in DM eine 2 oder eine 1 hat.
   - bestehtKlausur (x,y) bedeutet, dass x im Fach y mindestens eine 4 bekommen hat.
   - mindestensSoSchwer (x,y) bedeutet, dass alle Studierenden im Fach x eine höchstens so gute Note wie in y haben

Aufgabe 5)

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 31.10.2013 $\in$ *Daten*)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

J (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Jahreszahl von x	(Bsp.: J (31.10.2013) = 2013)
M (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Monatszahl von x	(Bsp.: M (31.10.2013) = 10)
T (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Tagesdatumszahl von x	(Bsp.: T (31.10.2013) = 31)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

a) In keinem Jahr gibt es einen 30.02.

b) Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

c) Wer im Beispiel mit den geraden Zahlen in der Grundvorlesung aufgepasst hat, kann auch schon Folgendes lösen:

   Nur Jahre, die durch 4 teilbar sind, können einen 29.02. haben.