# Anwendungen der Künstlichen Intelligenz

Sebastian Iwanowski FH Wedel

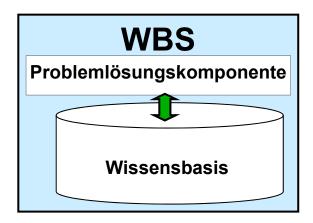
**Kap. 3:** KI-Algorithmik

# Suchstrategien

Bedeutung von Suchstrategien für logisch formulierte Probleme:

Suche nach Lösung fürs Erfüllbarkeitsproblem

Bedeutung von Suchstrategien für Wissensbasierte Systeme:



Die Problemlösungskomponente muss fast immer ein Belegungsproblem für Constraints aus der Wissensbasis lösen!

→ All problem solvers search

# Bsp. für wissensbasierte Suchmaschine: PROLOG

#### PROLOG ist wissensbasiert:

#### Wissensbasis

Fakten und Regeln, dynamisch erweiterbar

#### Inferenzmaschine

Automatische Herleitung neuer Fakten und Regeln mit Resolution und Unifikation

#### Dialogkomponente

**Eingabe:** Fragen

Ausgabe: yes / no, Angabe der Unifikation im Erfolgsfall, Write als "Seiteneffekt"

Yes: Das Prädikat der Frage folgt aus der Wissensbasis.

No: Das Prädikat der Frage folgt nicht aus der Wissensbasis.

No impliziert nicht, dass das Prädikat als falsch abgeleitet werden kann.

# **Anwendung: Das Stundenplanproblem (Scheduling)**

Gegeben endliche Mengen Fächer, Räume, T(Zeiten)

Aufgabe: Generierung einer injektiven Funktion  $F \rightarrow R \times T$ 

#### Nebenbedingungen:

- Bestimmte Fächer dürfen nicht zur selben Zeit stattfinden
- Nicht jedes Fach darf zu jeder Zeit stattfinden
- Nicht jedes Fach darf in jedem Raum stattfinden

#### Weiche Kriterien (dürfen verletzt werden):

- Bestimmte Fächer sollen zu bestimmten Zeiten möglichst nicht stattfinden
- Bestimmte Fächer sollten möglichst hintereinander stattfinden
- Bestimmte Fächer sollten möglichst nicht am selben Tag stattfinden

### Optimierungsfunktion:

- Möglichst wenige Verletzungen von weichen Kriterien
- Möglichst wenige Freistunden für Studiengänge
- Möglichst gleichmäßige Verteilung auf verschiedene Tage für ...

# **Anwendung: Das Traveling Salesman Problem (TSP)**

**Gegeben:** Graph mit Knotenmenge V und bewerteten Kanten zwischen Knoten

Aufgabe: Finde Rundreise durch den Graphen,

die alle Knoten mindestens einmal erreicht.

#### Nebenbedingungen:

Es dürfen nur Kanten des Graphen benutzt werden

#### Optimierungsfunktion:

Möglichst geringe Gesamtbewertung

### Verallgemeinerung in Anwendungen der Logistik:

#### Nebenbedingungen:

- Aufnahme und Auslieferung von Gütern mit Beachtung der Ladekapazitäten
- Zeitfenster, wann welche Knoten erreicht werden dürfen

#### Weiche Kriterien (dürfen verletzt werden):

- Bestimmte Kanten sind zu vermeiden
- Bestimmte Zeitfenster sind ungünstig

# Anwendung: Das Problem des kürzesten Weges

**Gegeben:** Graph mit Knotenmenge V und bewerteten Kanten zwischen Knoten

Aufgabe: Zu zwei ausgewählten Knoten S und T, finde einen Weg durch den Graphen.

#### Nebenbedingungen:

Es dürfen nur Kanten des Graphen benutzt werden

#### Optimierungsfunktion:

Möglichst geringe Gesamtbewertung

### Verallgemeinerung in Verkehrsanwendungen (ÖPNV oder Individualverkehr):

#### Nebenbedingungen:

- Kantenbewertungen sind zeitabhängig
- Reisender unterliegt Beschränkungen, die bestimmte Kanten individuell anders bewerten bzw. unbenutzbar machen.

### Weiche Kriterien (dürfen verletzt werden):

- Bestimmte Kanten sind zu vermeiden
- Bestimmte Zeitfenster sind ungünstig

# **Constraint Satisfaction Problem (CSP)**

## **Spezifikation eines CSP:**

- Variablenmenge
- Definitionsbereiche (Domains)
- Constraints: Beziehungen zwischen den Variablen (hart oder weich) (in der Regel Gleichungen oder Ungleichungen)
- Optimierungskriterium

(in der Regel reellwertige Funktion in den Variablen, die minimiert oder maximiert werden soll )

#### gültige Lösung:

Belegung aller Variablen mit Werten, sodass alle harten Constraints erfüllt sind

#### optimale Lösung:

gültige Lösung, die das Optimierungskriterium optimiert

Constraint Solver sind Programme, die zu einem spezifizierten CSP eine gültige oder sogar optimale Lösung finden.

# Suchen in Suchgraphen

## Suchmethode: Finden einer Gesamtlösung über Teillösungen

- Knoten: beschreibt Zustand in der Suchdomäne
  - Zustand: Belegung von Variablen mit Werten

Jeder Zustand hat eine Bewertung.

- Kante: Übergang von einem Zustand in einen Folgezustand (in der Regel mit Richtung)
  - Folgezustand: Belegung einer weiteren Variable mit einem Wert unter Beibehaltung der Werte für die bisher belegten Variablen
- Startknoten: Anfangszustand (ist immer eindeutig)
  - Startknoten: keine Variable hat einen Wert.
- Zielknoten: gewünschter Endzustand (Lösung des Problems) (es darf mehrere geben)
  - Zielknoten: Alle gewünschten Variablen haben zulässige Werte

# Suchen in Suchgraphen

## Suchmethode: Systematisches Verbessern v. Gesamtlösungen

- Knoten: beschreibt Zustand in der Suchdomäne
  - Zustand: Belegung von allen Variablen mit Werten (nicht notwendigerweise alle zulässig)

Jeder Zustand hat eine Bewertung.

- Kante: Übergang von einem Zustand in einen benachbarten Zustand (in der Regel in zwei Richtungen möglich)
  - Nachbarzustand: Neubelegung von bestimmten Variablen unter Beibehaltung der Werte für alle anderen Variablen
- Startknoten: Anfangszustand (ist immer eindeutig)
  - Startknoten: Mit irgendeiner Belegung für alle Variablen fängt man an.
- Zielknoten: gewünschter Endzustand (Lösung des Problems) (es darf mehrere geben)
  - Zielknoten: Übergang zu Nachbarzuständen
    ergibt keine Verbesserung der bisher gefundenen optimalen Bewertung

# Suchen in Suchgraphen

### Verschiedene Suchziele:

- 1) Irgendeine Lösung eines Problems finden bzw. herausfinden, dass es keine gibt.
- 2) Weitere Lösungen finden bzw. herausfinden, dass es keine weiteren mehr gibt.
- 3) Alle Lösungen finden
- 4) Optimale Lösung finden bzw. möglichst gute Lösung finden.
- Expansion eines Knotens: Berechnung aller Folge- bzw. Nachbarknoten

Verschiedene Suchstrategien unterscheiden sich in:

Welcher Knoten wird als nächstes expandiert?

#### Spezialfall:

Suchgraph ist Suchbaum

(Pfad vom Startknoten zu jedem Zielknoten ist eindeutig)

# Bsp. für Suchbäume in CSP

#### **Constraint-System:**

# Definitionsbereich für zulässige Lösungen:

### Optimierungskriterium:

1) (2 < x < 4)

2) (0 < y < 6)

3) (x + y > 7)

4)  $(x \cdot y < 10,5)$ 

 $x,y \in \mathbf{Q}$ , maximal k Stellen nach dem Komma

Minimiere |y - x|

#### Suchbaum:

- Jeder Knoten hat festen x- und y-Wert, Knoten können zulässig oder unzulässig sein, für jeden Knoten gibt es eindeutigen Wert für Optimierungsfunktion
- In Ebene i hat jeder x-Wert nur i Stellen nach dem Komma, der y-Wert ist nach Constraint 3) minimal dazu.

#### **Expansionsstrategien:**

- Nur zulässige Knoten werden expandiert
- Es wird immer der rechteste zulässige Knoten expandiert

• ...

# Bsp. für Suchbäume in CSP

#### **Constraint-System:**

# Definitionsbereich für zulässige Lösungen:

# Optimierungs-kriterium:

1) 
$$(2 < x < 4)$$

2) 
$$(0 < y < 6)$$

3) 
$$(x + y > 7)$$

4) 
$$(x \cdot y < 10,5)$$

 $x,y \in \mathbf{Q}$ , maximal k Stellen nach dem Komma

Minimiere |y - x|

#### Für festes k:

- Suchraum endlich
- Mehrere zulässige Lösungen
- Immer genau 1 optimale Lösung

#### Für k unbeschränkt:

- Suchraum unendlich
- Unendlich viele zulässige Lösungen
- keine optimale Lösung

Im allgemeinen ist nur blinde (uninformierte) Suche möglich:

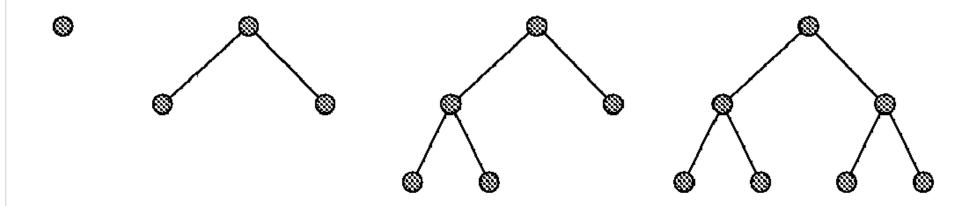
Es gibt keine Information über günstige Suchrichtungen (das Ziel wird erst bei Erreichen erkannt)

### Die wichtigsten Suchstrategien:

- 1. Breitensuche (breadth-first-search)
- 2. Tiefensuche (depth-first-search)
- 3. Bestensuche (best-first-search)

Weitere Infos zum Thema Suchen: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Sven Schmidt, SS 2005, Nr. 4 <a href="http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html">http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html</a>

# **Breitensuche (breadth-first-search):**

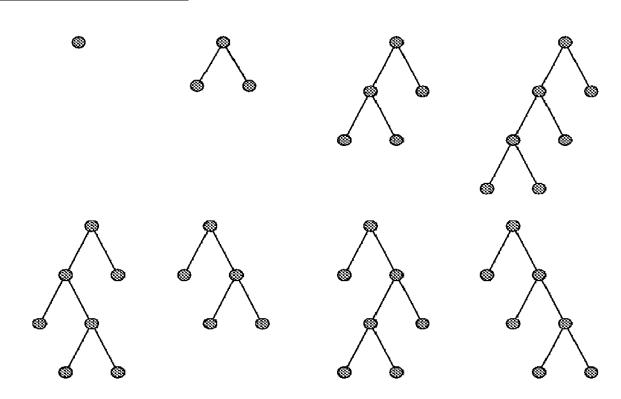


Problemgröße: Tiefe des Suchbaums

**Exponentieller Aufwand für Zeit und Platz** 

Für Suchprobleme in den meisten Fällen nicht relevant

# **Tiefensuche (depth-first-search)**



**Exponentieller** Aufwand für Zeit

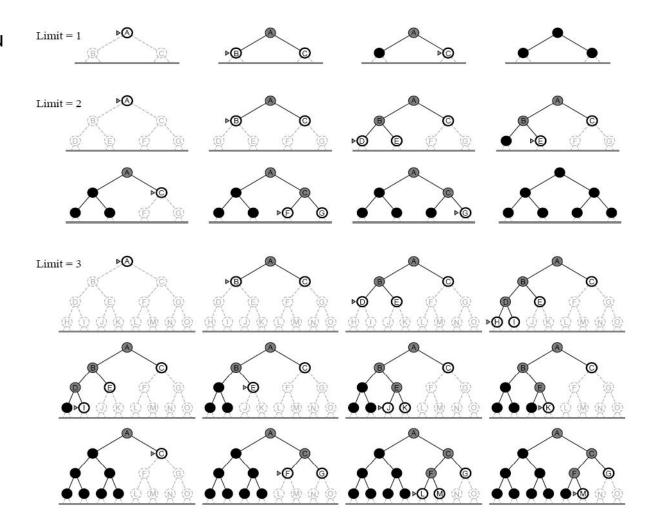
Problemgröße: Tiefe des Suchbaums

**Linearer Aufwand für Platz** 

Der "Normalfall" für allgemeine Suchprobleme

# **Beschränkte Tiefensuche**

- Tiefensuche wird nur bis zu vorgegebener Suchtiefe durchgeführt.
- Bei Misserfolg kann die Suchtiefe nachträglich erhöht werden und die Tiefensuche neu starten.



### **Bestensuche (best-first-search)**

- zusätzlich sei gegeben: Bewertungsfunktion für die Zustände
- Suchziel: Finde die beste Lösung (und dann erst andere).
- Expandiere jeweils den Zustand mit bester Kostenbewertung
- → Mischung zwischen Tiefen- und Breitensuche

Im schlechtesten Fall ist das nicht besser als Breitensuche:

**Exponentieller Aufwand für Zeit und Platz** 

Problemgröße: Tiefe des Suchbaums

Bei guten Bewertungsfunktionen ist das Durchschnittsverhalten viel besser!

Bei speziellen Problemen ist sogar der schlechteste Fall viel besser:

**Bsp.:** Spezialfall "Kürzeste-Wege-Problem":

Algorithmus von Dijkstra (quadratischer Aufwand für Zeit, linearer für Platz)

Problemgröße: Anzahl der Knoten

## Der Algorithmus von Dijkstra auf kantenbewerteten Graphen

(Spezialfall von Best-First-Search)

Für alle Kanten (u,v) gibt es Bewertungsfunktion: *Länge* (u,v) := Länge der Kante von Ecke u nach Ecke v

Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein.

#### Algorithmus für Suche des Weges von A nach B mit minimaler Kantenlänge:

- In der Menge Berechnet sei nur die Ecke A. Markiere A mit Weglänge (A) := 0.
   In der Menge Vorläufig sind alle anderen Ecken des Graphen.
   Markiere die Nachbarn N von A mit Weglänge (N) := Länge (A,N) und alle anderen Ecken V mit Weglänge (V) := ∞.
- Wiederhole:

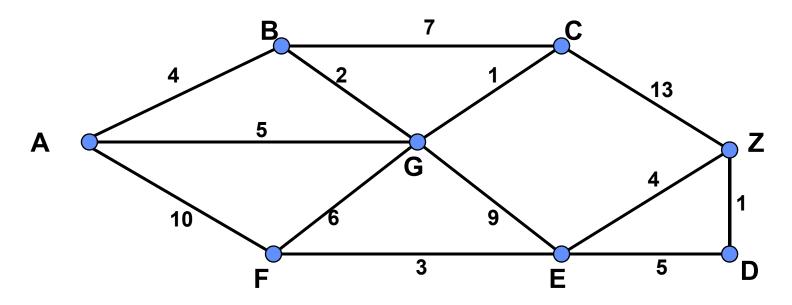
Wähle die Ecke V aus **Vorläufig** mit der kleinsten *Weglänge* (V) und verschiebe sie in die Menge **Berechnet**.

Betrachte alle Nachbarn N von V aus Vorläufig:

Weglänge (N) := min {Weglänge (N), Weglänge (V) + Länge (V,N)}.

bis V = B

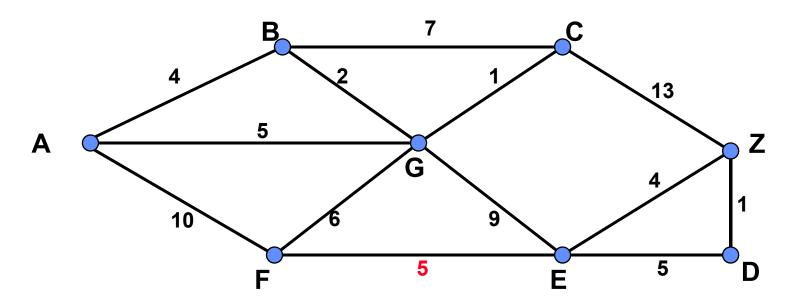
# Beispiel für Algorithmus von Dijkstra



Kürzester Weg von A nach Z:  $A \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow Z$  (17 Einheiten)

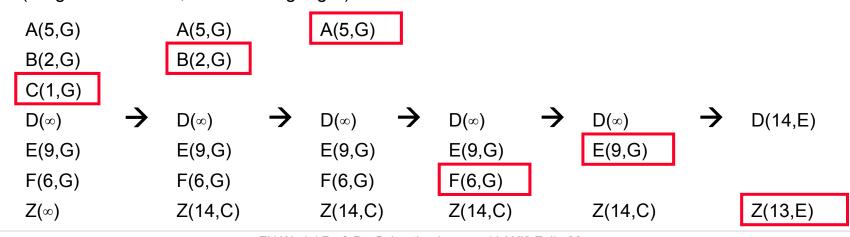
Animation dieser Aufgabe und weitere Infos zum Algorithmus von Dijkstra: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Alex Prentki, WS 2004, Nr. 14 <a href="http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/WS2004/SeminarMC.html">http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/WS2004/SeminarMC.html</a>

# Beispiel für Algorithmus von Dijkstra



### Kürzester Weg von G nach Z: $G \rightarrow E \rightarrow Z$ (13 Einheiten)

Knoten (Wegstrecke von G, direkter Vorgänger):



## **Gegebene Zusatzinformation:**

Schätzfunktion h(Zustand) als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

h() liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

### Anwendung: "Bergsteigen"

- Spezialform der Tiefensuche
- Es wird genau der Knoten expandiert, der den besten Schätzfunktionswert aufweist
- Beim Aufsteigen im Suchbaum wird der jeweils n\u00e4chstbeste Knoten expandiert.

Hauptproblem: Warteschleifen in lokalen Maxima

## **Gegebene Zusatzinformation:**

Schätzfunktion h(Zustand) als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

h() liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

#### **Anwendung: Optimistisches Bergsteigen**

- Spezialform der Tiefensuche
- Es wird nur der Knoten berechnet, der den besten Schätzfunktionswert aufweist
- Zurücksetzen ist nicht möglich: Wenn Schätzfunktion Fehler macht, wird kein Ergebnis gefunden.

Hauptproblem: Feststecken in lokalen Maxima

## **Gegebene Zusatzinformation:**

Schätzfunktion h(Zustand) als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

h() liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

#### **Anwendung: A\*-Verfahren**

- Spezialform der Bestensuche
- Es wird genau der Knoten expandiert, bei dem die Summe von Kostenbewertung und Schätzfunktionswert optimal ist.

Weitere Infos für die Anwendung von A\* in öffentlichen Verkehrsnetzen: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Stefan Görlich, SS 2005, Nr. 5 http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html

### Der A\*-Algorithmus auf kantenbewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra) (Zustandsbewertung = Knotenbewertung)

Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein

**Voraussetzung an Heuristik** h<sub>B</sub>(u) für die Abschätzung bzgl. Weglänge w<sub>B</sub>(u) zum Zielknoten B:

**Zulässigkeitsbedingung:**  $h_B(u) \le w_B(u)$ 

**Monotoniebedingung:**  $h_B(u) \le h_B(v) + L\ddot{a}nge(u,v)$ 

#### Algorithmus für Suche des Weges von A nach B mit minimaler Kantenlänge:

In der Menge **Berechnet** sei nur die Ecke A. Markiere A mit *Weglänge* (A) := 0. In der Menge **Vorläufig** sind alle anderen Ecken des Graphen.

Markiere die Nachbarn N von A mit *Weglänge* (N) := *Länge* (A,N)

Schätzung (N) := Weglänge (N) +  $h_B(N)$ 

und alle anderen Ecken V mit Weglänge (V) := ∞ und Schätzung (V) := ∞.

Wiederhole:

Wähle die Ecke V aus Vorläufig mit der kleinsten Schätzung (V)

und verschiebe sie in die Menge Berechnet.

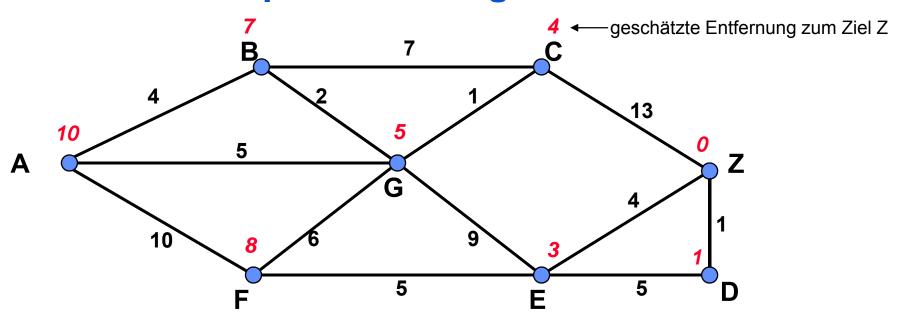
Betrachte alle Nachbarn N von V aus Vorläufig:

Weglänge (N) := min {Weglänge (N), Weglänge (V) + Länge (V,N)}.

Schätzung (N) := Weglänge (N) +  $h_B(N)$  (falls Aktualisierung notwendig).

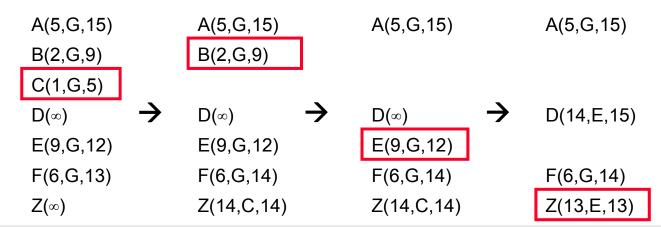
bis V = B

# **Beispiel für A\*-Algorithmus**



### Kürzester Weg von G nach Z: $G \rightarrow E \rightarrow Z$ (13 Einheiten)

Knoten (Wegstrecke von G, direkter Vorgänger, Schätzung zum Ziel):



## Der A\*-Algorithmus auf kantenbewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra) (Zustandsbewertung = Knotenbewertung)

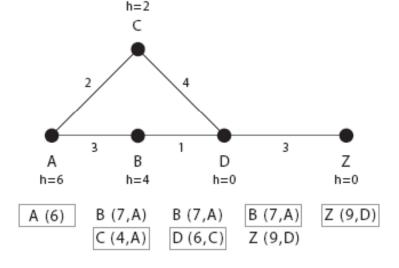
Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein

**Voraussetzung an Heuristik**  $h_B(u)$  für die Abschätzung bzgl. Weglänge  $w_B(u)$  zum Zielknoten B:

**Zulässigkeitsbedingung:**  $h_B(u) \le w_B(u)$ 

Was passiert bei Wegfall der Monotoniebedingung: h<sub>B</sub>(u) ≤ h<sub>B</sub>(v) + Länge(u,v)

Beispiel:



Aus: Diplomarbeit Andre Keller (SS 2008)

**Fehler:** D wird nicht mehr aktualisiert, weil es schon in **Berechnet** ist.

## Der A\*-Algorithmus auf kantenbewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra) (Zustandsbewertung = Knotenbewertung)

Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein

**Voraussetzung an Heuristik** h<sub>B</sub>(u) für die Abschätzung bzgl. Weglänge w<sub>B</sub>(u) zum Zielknoten B:

**Nur Zulässigkeitsbedingung**:  $h_B(u) \le w_B(u)$ 

#### Algorithmus für Suche des Weges von A nach B mit minimaler Kantenlänge:

- Wiederhole:

Wähle die Ecke V aus **Vorläufig** mit der kleinsten *Schätzung* (V) und verschiebe sie in die Menge **Berechnet**.

Betrachte alle Nachbarn N von V aus Berechnet und Vorläufig:

Weglänge (N) := min {Weglänge (N), Weglänge (V) + Länge (V,N)}.

Schätzung (N) := Weglänge (N) +  $h_B(N)$  (falls Aktualisierung notwendig).

Falls Aktualisierung bei Nachbarn N\* aus Berechnet erfolgte:

Verschiebe N\* wieder nach Vorläufig.

bis V = B

## Für Suche einer Gesamtlösung über Teillösungen:

### Zurücksetzen (Backtracking)

- Teste alle Constraints auch bei unvollständigen Variablenbelegungen
- Zustände, die irgendwelche Constraints bereits verletzen, werden nicht weiter expandiert

### **Vorwärtstest (Forward Checking)**

- Reduziere alle Domains für alle noch nicht belegten Variablen, sodass keine Konflikte zwischen Constraints mehr entstehen.
- Setze zurück, wenn die Domains dadurch leer werden.

# **General Optimisation Methods for CSP**

### **Example for forward checking:**

Knowledge base:

del(Item, [Item|List], List).

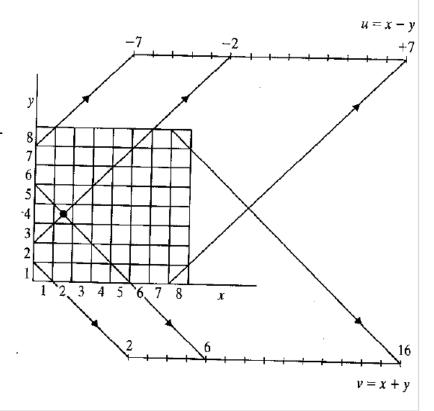
del(Item, Tail, Result Tail).

del(Item, [First|Tail], [First|ResultTail]):-

8-queens-problem (solution by Bratko, 3rd method)

#### Query:

?-queens3(YLIst).



### Fürs systematische Verbessern von Gesamtlösungen:

#### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

#### Idee:

- Start mit einer beliebigen Wertebelegung
- Auswählen von Variablen und Zuweisung neuer Werte, die weniger Konflikte verursachen solange, bis System gelöst

#### Vorteile:

- bei vielen Praxis-Problemen gutes Laufzeitverhalten
- "Reparieren" bei kleinen Veränderungen des Systems

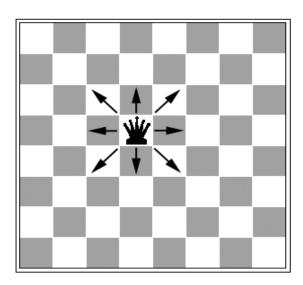
#### Nachteile:

- "Hängen bleiben" in lokalen Minima
  - Gegenmaßnahmen: Random-Walk, Tabu-Liste, ...

Weitere Details zum Thema Constraintsysteme: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6, http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html

### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

**Anwendungsbeispiel: 8-Damen-Problem** 

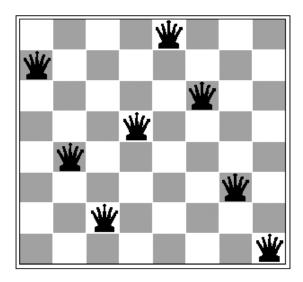


Quelle: Seminarvortrag von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6,

http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html

### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

**Anwendungsbeispiel: 8-Damen-Problem** 

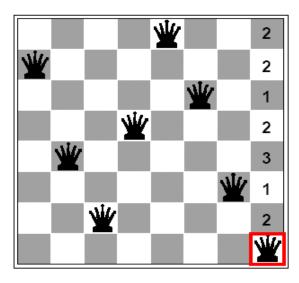


Quelle: Seminarvortrag von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6,

http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html

### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

**Anwendungsbeispiel: 8-Damen-Problem** 

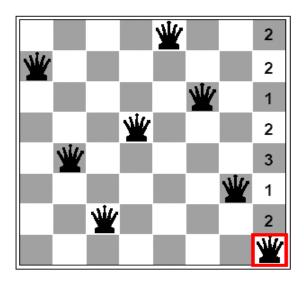


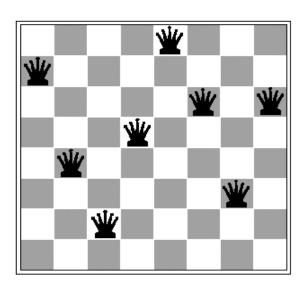
Quelle: Seminarvortrag von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6,

http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html

### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

**Anwendungsbeispiel: 8-Damen-Problem** 

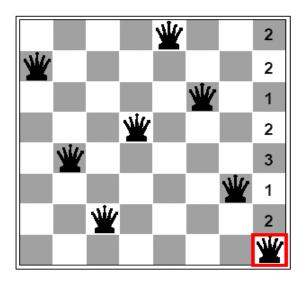


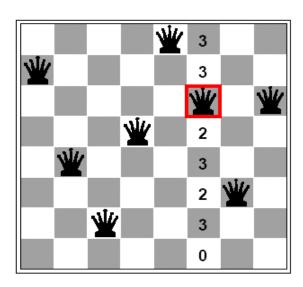


Quelle: Seminarvortrag von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6, http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html

### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

**Anwendungsbeispiel: 8-Damen-Problem** 

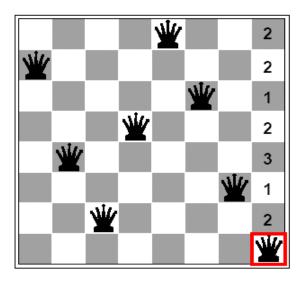


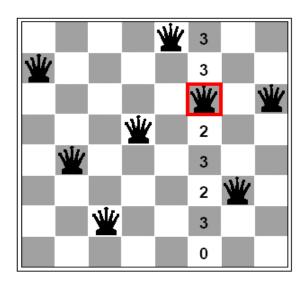


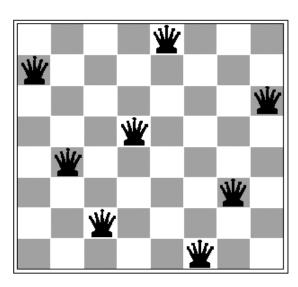
Quelle: Seminarvortrag von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6, http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKl.html

### Verfahren der minimalen Konflikte (Min-Conflicts)

**Anwendungsbeispiel: 8-Damen-Problem** 







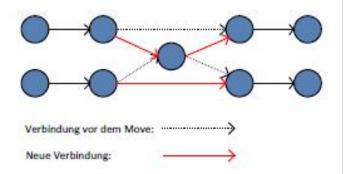
Quelle: Seminarvortrag von Stefan Schmidt, SS 2005, Nr. 6,

http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html

# **General Optimisation Methods for CSP**

### Working with tabu lists in search graphs:

- Determine a certain validity range for the algorithm,
   e.g. by a given number of operations
- Protocol all edges used in a transition from one state to another
- All edges used within the previous valisity range are not to be used again, neither their counterdirection.



## Further enhancement: Simulated annealing

- Admit temporary deteriorations.
- Diminish the tolerance bound for deterioration in the course of algorithmic progress gradually.

### These methods will mainly be used in improvements of total solutions

Good results in logistics (TSP generalisations)