

Aufgabe 1)

Bringen Sie die folgenden Formeln in KNF und stellen Sie diese in Mengendarstellung dar:

- a) $\neg(p \rightarrow \neg p)$
- b) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \wedge p)$

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

- $L(x,y)$: x liebt y
- $F(x)$: x ist weiblich
- $M(x)$: x ist männlich
- $K(x,y)$: x ist Kind von y

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Erwin ist der Sohn von Hans.
- b) Hans ist der Vater von Erwin.
- c) Linda liebt alle Kinder von Hans.
- d) Linda liebt nur die Kinder von Hans.
- e) Linda liebt keine Kinder, die nicht von Hans sind, es sei denn sie sind von ihr selbst.
- f) Jede Mutter liebt ihre Kinder.
- g) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.
- h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 3)

Es sei folgende Formel F gegeben:

$$F: (\forall z: (x \leq z) \vee (\exists y (x + y) < z))$$

- a) Geben Sie mögliche Definitionsbereiche für alle Variablen an!
- b) Von welchen Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- c) Ist F für diese Variablen erfüllbar / widerlegbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- $\text{wohntIn}(x,y)$ bedeutet, dass x im Ort y wohnt.
- $\text{wohntImSelbenOrtWie}(x,y)$ bedeutet, dass x und y im selben Ort wohnen.
- $\text{studiert}(x)$ bedeutet, dass x an einer Hochschule studiert.
- $\text{studiertAn}(x,y)$ bedeutet, dass x an der Hochschule y studiert.
- $\text{gleich}(x,y)$ bedeutet, dass x gleich y ist.

Außerdem seien folgende Funktionen gegeben:

- $\text{ort}(x)$ ergibt den Ort, in dem x gelegen ist bzw. wohnt.
- $\text{hochschule}(x)$ ergibt die Hochschule von x

Zur Verfügung stehen folgende Mengen: Menschen, Studierende, Orte, Hochschulen, $\{\top, \perp\}$

- Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge für alle oben angegebenen Prädikate und Funktionen an.
- Beschreiben Sie $\text{wohntIn}(x,y)$ mit einer dazu äquivalenten logischen Formel, die nur andere Prädikate oder Funktionen benutzt.
- Beschreiben Sie $\text{studiertAn}(x,y)$ mit einer dazu äquivalenten logischen Formel, die nur andere Prädikate oder Funktionen benutzt.
- Beschreiben Sie $\text{studiert}(x)$ mit einer dazu äquivalenten logischen Formel, die nur andere Prädikate oder Funktionen benutzt.

Aufgabe 5)

Gegeben seien die in Aufgabe 3 angegebenen Prädikate.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Anna wohnt in Hamburg und studiert an der FH Wedel.
- In jede Stadt, die eine Hochschule hat, wohnen auch Leute, die an dieser Hochschule studieren.
- Wenn Otto studiert, dann nur an einer Hochschule in der Stadt, in der er wohnt.
- Anna wohnt im selben Ort wie Otto, studiert aber an einer anderen Hochschule.

Folgt aus diesen Sachverhalten, dass Hamburg eine Hochschule hat? Begründen Sie Ihre Antwort!