

Aufgabe 1)

Bringen Sie die folgenden Formeln in KNF und stellen Sie diese in Mengendarstellung dar:

- a) $\neg(p \rightarrow \neg p)$
- b) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \wedge p)$

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$: x liebt y

$F(x)$: x ist weiblich

$M(x)$: x ist männlich

$K(x,y)$: x ist Kind von y

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Erwin ist der Sohn von Hans.
- b) Hans ist der Vater von Erwin.
- c) Linda liebt alle Kinder von Hans.
- d) Linda liebt nur die Kinder von Hans.
- e) Linda liebt keine Kinder, die nicht von Hans sind, es sei denn sie sind von ihr selbst.
- f) Jede Mutter liebt ihre Kinder.
- g) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.
- h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 3)

Gegeben sei das Prädikat $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$, welches bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat sowie die Funktion $\text{klausurnote}(x,y)$, welche einem Studierenden die Klausurnote im Fach y zuordnet.

- a) Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge von $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ und $\text{klausurnote}(x,y)$ an.
- b) Beschreiben Sie $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ mit Hilfe der Funktion $\text{klausurnote}(x,y)$ und arithmetischen Vergleichsoperatoren.

c) Definieren Sie mit Hilfe der angegebenen Funktionen und Prädikate folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:

- $\text{bestehtKlausur}(x,y)$ bedeutet, dass x die Klausur im Fach y besteht.
- $\text{hatChancen}(x)$ bedeutet, dass x irgendeine Klausur besteht.
- $\text{mindestensSoHart}(x,y)$ bedeutet, dass alle Studierenden, die im Fach y durchfallen, auch in x durchfallen.

Anm.: Man besteht, wenn man mindestens eine 4 schreibt. Durchfallen ist das Gegenteil von Bestehen.

Aufgabe 4)¹

Gegeben seien die oben angegebenen Prädikate hatKlausurnote , bestehtKlausur , hatChancen und mindestensSoHart .

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Keiner, der im Brückenkurs durchfällt, hat Chancen.
- Analysis ist mindestens so hart wie DM und PS1.
- Nur Studierende, die den Brückenkurs bestehen, haben Chancen.
- Studierende, die den Brückenkurs bestehen, bestehen auch andere Klausuren.
- Niemand hat in DM und PS1 Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.
- Karl ist in Analysis durchgefallen, hat aber Chancen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

- Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht PS1.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 5)

Es sei folgende Formel F gegeben:

$$F: \forall z (x \leq z) \wedge \exists y ((x + y) < z)$$

- Von welcher Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- Negieren Sie F .

¹ Diese Aufgabe ist mit dem am 02.05. durchgenommenen Stoff zwar theoretisch lösbar, erfordert aber eine stringente logische Vorgehensweise (siehe Folien 13 und 14), welche am 02.05. aus Zeitgründen nicht mehr an Beispielen geübt wurde und daher normalen Erstsemestern vielleicht noch etwas schwerfällt. Die Aufgabe wird beim nächsten Mal noch einmal gestellt. Stattdessen werden in der Übung am 09.05. weitere Beispiele vorgeführt.