Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Sebastian Iwanowski
FH Wedel

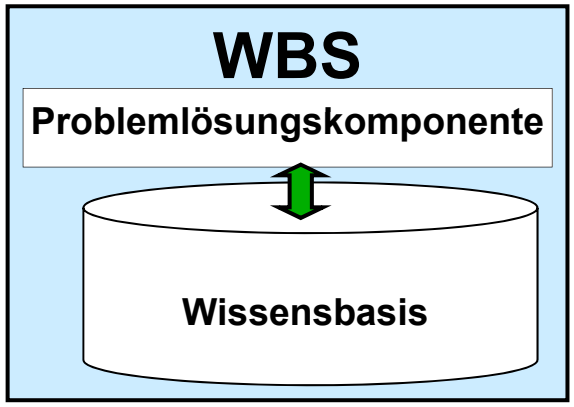
Kap. 3:
KI-Algorithmik

Suchstrategien

Bedeutung von Suchstrategien für logisch formulierte Probleme:

Suche nach Lösung fürs Erfüllbarkeitsproblem

Bedeutung von Suchstrategien für Wissensbasierte Systeme:



Die Problemlösungskomponente muss fast immer ein Belegungsproblem für Constraints aus der Wissensbasis lösen !

➔ ***All problem solvers search***

Bsp. für wissensbasierte Suchmaschine: PROLOG

Wissen in Form von Klauseln

- **Fakten**

  `Prädikat.`
  Derartige Prädikate werden in der Wissensbasis als wahr vorausgesetzt.

- **Regeln**

  `Prädikat :- Konjunktion von Prädikaten.`
  Derartige Terme werden in der Wissensbasis als wahr vorausgesetzt, wenn die rechte Seite als wahr vorausgesetzt werden muss.
  Es kann für dasselbe Prädikat als Konklusion mehrere Regeln geben.

- **Fragen**

  `?- Konjunktion von Prädikaten.`
  Prolog versucht, eine Frage aus den bekannten Fakten und Regeln herzuleiten. Falls das gelingt, kommt als Antwort `yes` mit der dafür notwendigen Unifikation für die Variablen, anderenfalls `no`.

Bsp. für wissensbasierte Suchmaschine: PROLOG

PROLOG ist wissensbasiert:

- **Wissensbasis**

  Fakten und Regeln, dynamisch erweiterbar

- **Inferenzmaschine**

  Automatische Herleitung neuer Fakten und Regeln mit
  Resolution und Unifikation

- **Dialogkomponente**

  Eingabe: Fragen
  Ausgabe: yes / no, Angabe der Unifikation im Erfolgsfall, Write als „Seiteneffekt“

  Yes: Das Prädikat der Frage folgt aus der Wissensbasis.
  No: Das Prädikat der Frage folgt nicht aus der Wissensbasis.
  No impliziert nicht, dass das Prädikat als falsch abgeleitet werden kann.

Bsp. für wissensbasierte Suchmaschine: PROLOG

Arbeitsweise der Inferenzmaschine:

- **Zerlegung eines Ziels in Unterziele**

  Erstes Ziel ist die Frage.
  Versuch, das Ziel durch Unifikation mit Prädikaten aus der Wissensbasis zu erreichen.
  Auswertung von Regeln führt zu Unterzielen.

- **Auswertungsreihenfolge**

  Alle Daten der Wissensbasis werden **von oben nach unten** ausgewertet.
  Konjunktionen in Regelvoraussetzungen werden **von links nach rechts** ausgewertet.
  Die Auswertungsreihenfolge wird *nicht* getrennt nach Fakten und Regeln vorgenommen.

- **Instanziierung von Variablen**

  Variablen werden nur zum Zweck der Unifikation mit Werten instanziiert.
  Die Instanziierung wird nach Misserfolg des gegenwärtigen Suchzweigs wieder aufgehoben.

- **Backtracking**

  Nach dem Misserfolg einer gegenwärtigen Instanziierung wird eine neue Instanziierung versucht.
  Tiefes Backtracking: Anderer Wert zur Erfüllung derselben Klausel.
  Seichtes Backtracking: Anderer Wert zur Erfüllung einer anderen Klausel für dasselbe Prädikat.

Anwendung: Das Stundenplanproblem (Scheduling)

Gegeben endliche Mengen Fächer**, R**äume**, T**(Zeiten)

Aufgabe: Generierung einer injektiven Funktion F → R x T

Nebenbedingungen:

- **Bestimmte Fächer dürfen nicht zur selben Zeit stattfinden**
- **Nicht jedes Fach darf zu jeder Zeit stattfinden**
- **Nicht jedes Fach darf in jedem Raum stattfinden**

Weiche Kriterien (dürfen verletzt werden):

- **Bestimmte Fächer sollen zu bestimmten Zeiten möglichst nicht stattfinden**
- **Bestimmte Fächer sollten möglichst hintereinander stattfinden**
- **Bestimmte Fächer sollten möglichst nicht am selben Tag stattfinden**

Optimierungsfunktion:

- **Möglichst wenige Verletzungen von weichen Kriterien**
- **Möglichst wenige Freistunden für Studiengänge**
- **Möglichst gleichmäßige Verteilung auf verschiedene Tage für ...**

Anwendung: Das Traveling Salesman Problem (TSP)

Gegeben: Graph mit Knotenmenge V und bewerteten Kanten zwischen Knoten

Aufgabe: Finde Rundreise durch den Graphen,
die alle Knoten mindestens einmal erreicht.

Nebenbedingungen:

- **Es dürfen nur Kanten des Graphen benutzt werden**

Optimierungsfunktion:

- **Möglichst geringe Gesamtbewertung**

Verallgemeinerung in Anwendungen der Logistik:

Nebenbedingungen:

- **Aufnahme und Auslieferung von Gütern mit Beachtung der Ladekapazitäten**
- **Zeitfenster, wann welche Knoten erreicht werden dürfen**

Weiche Kriterien (dürfen verletzt werden):

- **Bestimmte Kanten sind zu vermeiden**
- **Bestimmte Zeitfenster sind ungünstig**

Anwendung: Das Problem des kürzesten Weges

Gegeben: Graph mit Knotenmenge V und bewerteten Kanten zwischen Knoten

Aufgabe: Zu zwei ausgewählten Knoten S und T, finde einen Weg durch den Graphen.

Nebenbedingungen:

- **Es dürfen nur Kanten des Graphen benutzt werden**

Optimierungsfunktion:

- **Möglichst geringe Gesamtbewertung**

Verallgemeinerung in Verkehrsanwendungen (ÖPNV oder Individualverkehr):

Nebenbedingungen:

- **Kantenbewertungen sind zeitabhängig**
- **Reisender unterliegt Beschränkungen, die bestimmte Kanten individuell anders bewerten bzw. unbenutzbar machen.**

Weiche Kriterien (dürfen verletzt werden):

- **Bestimmte Kanten sind zu vermeiden**
- **Bestimmte Zeitfenster sind ungünstig**

Constraint Satisfaction Problem (CSP)

Spezifikation eines CSP:

- **Variablenmenge**
- **Definitionsbereiche (Domains)**
- **Constraints: Beziehungen zwischen den Variablen**
  (in der Regel Gleichungen oder Ungleichungen)

häufig auch noch dabei:

- **weiche Constraints**
  (Constraints dürfen verletzt werden)
- **Optimierungskriterium**
  (in der Regel Funktion der Variablen, die minimiert oder maximiert werden soll)

gültige Lösung:

Belegung aller Variablen mit Werten, sodass alle harten Constraints erfüllt sind

optimale Lösung:

gültige Lösung, die das Optimierungskriterium optimiert

Suchen in Suchgraphen

Suchmethode: Finden einer Gesamtlösung über Teillösungen

- **Knoten: beschreibt Zustand in der Suchdomäne**
  - **Zustand: Belegung von Variablen mit Werten**

    Jeder Zustand hat eine Bewertung.
- **Kante: Übergang von einem Zustand in einen Folgezustand**
  (in der Regel mit Richtung)
  - **Folgezustand: Belegung einer weiteren Variable mit einem Wert unter Beibehaltung der Werte für die bisher belegten Variablen**
- **Startknoten: Anfangszustand**
  (ist immer eindeutig)
  - **Startknoten: keine Variable hat einen Wert.**
- **Zielknoten: gewünschter Endzustand (Lösung des Problems)**
  (es darf mehrere geben)
  - **Zielknoten: Alle gewünschten Variablen haben zulässige Werte**

Suchen in Suchgraphen

Suchmethode: Systematisches Verbessern v. Gesamtlösungen

- **Knoten: beschreibt Zustand in der Suchdomäne**
  - **Zustand: Belegung von allen Variablen mit Werten (nicht notwendigerweise alle zulässig)**
    Jeder Zustand hat eine Bewertung.
- **Kante: Übergang von einem Zustand in einen benachbarten Zustand**
  (in der Regel in zwei Richtungen möglich)
  - **Nachbarzustand: Neubelegung von bestimmten Variablen unter Beibehaltung der Werte für alle anderen Variablen**
- **Startknoten: Anfangszustand**
  (ist immer eindeutig)
  - **Startknoten: Mit irgendeiner Belegung für alle Variablen fängt man an.**
- **Zielknoten: gewünschter Endzustand (Lösung des Problems)**
  (es darf mehrere geben)
  - **Zielknoten: Übergang zu Nachbarzuständen ergibt keine Verbesserung der bisher gefundenen optimalen Bewertung**

Bsp. für Suchbäume in CSP

Constraint-System:

1) (2 < x < 4)
2) (0 < y < 6)
3) (x + y > 7)
4) (x · y < 10,5)

Definitionsbereich für zulässige Lösungen:

x,y ∈ **Q**,
maximal k Stellen nach dem Komma

Optimierungs-kriterium:

Minimiere |y – x|

Suchbaum:

- Jeder Knoten hat festen x- und y-Wert, Knoten können zulässig oder unzulässig sein, für jeden Knoten gibt es eindeutigen Wert für Optimierungsfunktion
- In Ebene i hat jeder x-Wert nur i Stellen nach dem Komma, der y-Wert ist nach Constraint 3) minimal dazu.

Expansionsstrategien:

- Nur zulässige Knoten werden expandiert
- Es wird immer der rechteste zulässige Knoten expandiert
- ...

Bsp. für Suchbäume in CSP

Constraint-System:

```
1) (2 < x < 4)
2) (0 < y < 6)
3) (x + y > 7)
4) (x · y < 10,5)
```

Definitionsbereich für zulässige Lösungen:

$x,y \in \mathbf{Q}$,
maximal k Stellen nach dem Komma

Optimierungs-kriterium:

Minimiere $|y - x|$

Für festes k:

- Suchraum endlich
- Mehrere zulässige Lösungen
- Immer genau 1 optimale Lösung

Für k unbeschränkt:

- Suchraum unendlich
- Unendlich viele zulässige Lösungen
- keine optimale Lösung

Uninformierte Suchstrategien

Im allgemeinen ist nur *blinde (uninformierte) Suche* möglich:

Es gibt keine Information über günstige Suchrichtungen (das Ziel wird erst bei Erreichen erkannt)

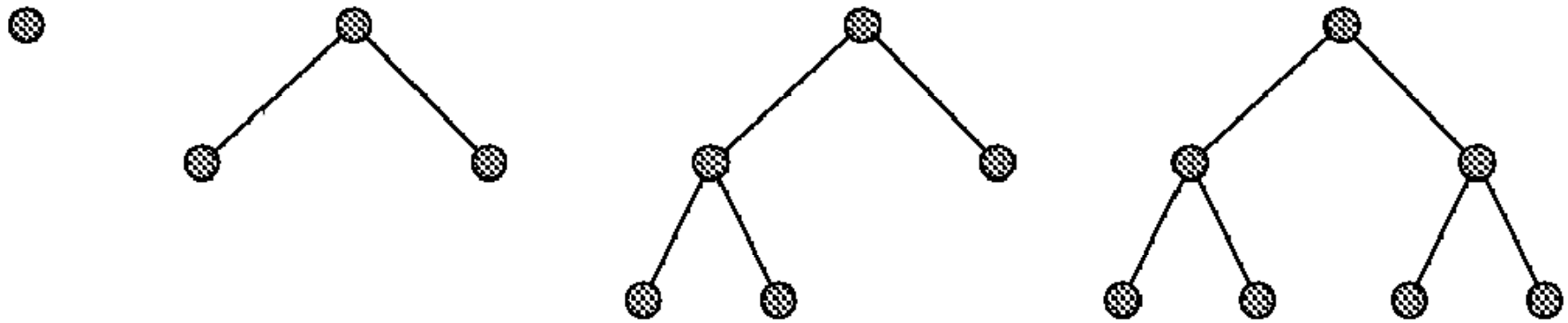
Die wichtigsten Suchstrategien:

1. Breitensuche (breadth-first-search)
2. Tiefensuche (depth-first-search)
3. Bestensuche (best-first-search)

Weitere Infos zum Thema Suchen: Seminarvortrag und Ausarbeitung von Sven Schmidt, SS 2005, Nr. 4
http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html

Uninformierte Suchstrategien

Breitensuche (breadth-first-search):



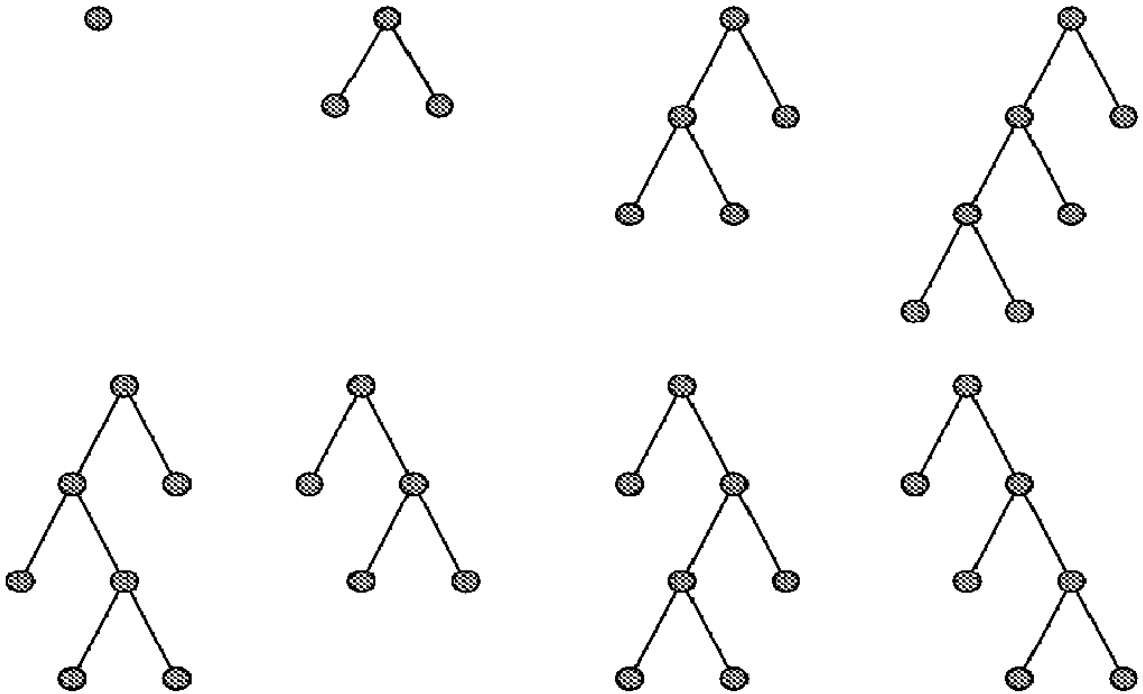
Problemgröße: Tiefe des Suchbaums

Exponentieller Aufwand für Zeit und Platz

Für Suchprobleme in den meisten Fällen nicht relevant

Uninformierte Suchstrategien

Tiefensuche (depth-first-search)



Exponentieller Aufwand für Zeit

Problemgröße: Tiefe des Suchbaums

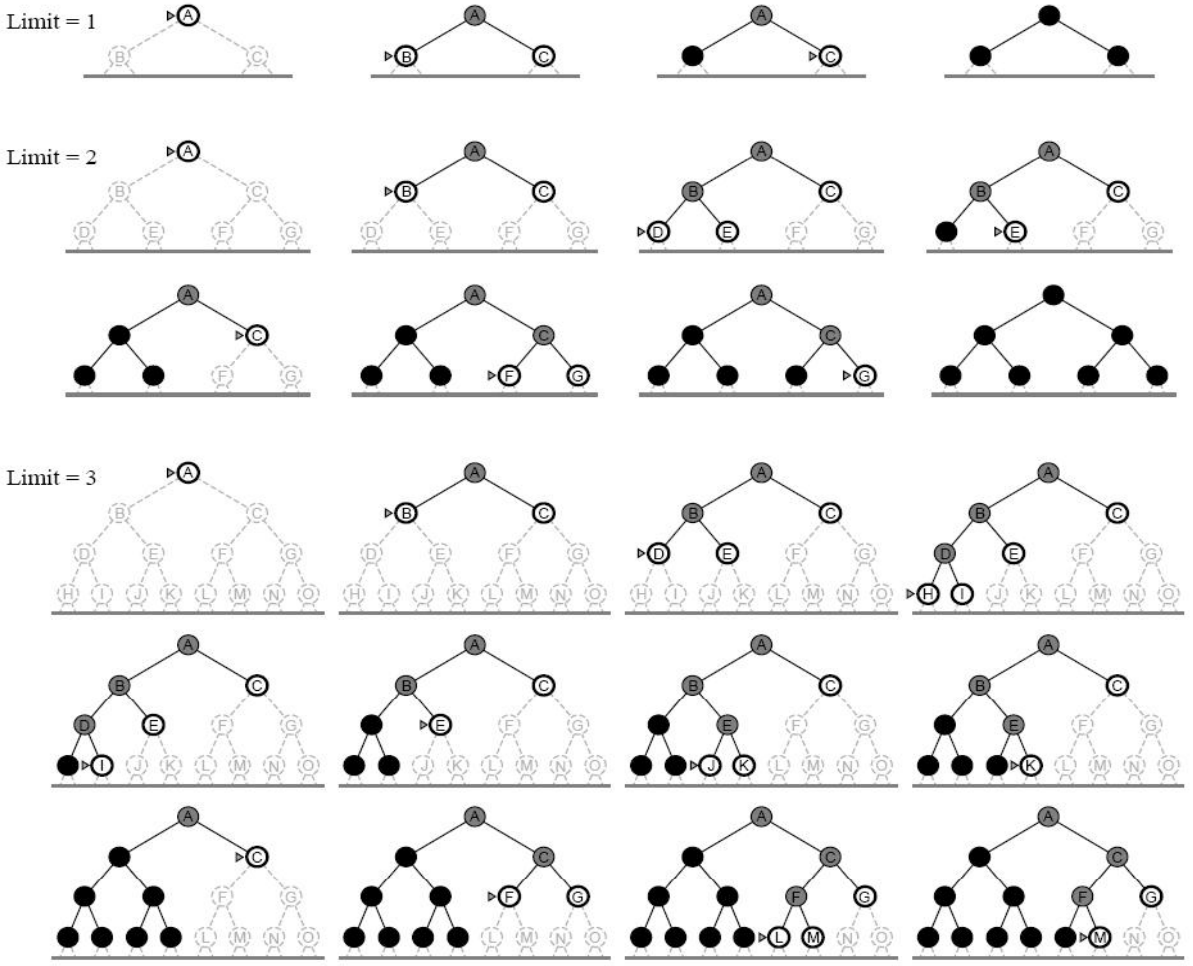
Linearer Aufwand für Platz

Der „Normalfall“ für allgemeine Suchprobleme

Uninformierte Suchstrategien

Beschränkte Tiefensuche

- Tiefensuche wird nur bis zu vorgegebener Suchtiefe durchgeführt.
- Bei Misserfolg kann die Suchtiefe nachträglich erhöht werden und die Tiefensuche neu starten.



Uninformierte Suchstrategien

Bestensuche (best-first-search)

- zusätzlich sei gegeben: Bewertungsfunktion für die Zustände
- Suchziel: Finde die beste Lösung (und dann erst andere).
- Expandiere jeweils den Zustand mit bester Kostenbewertung

→ *Mischung zwischen Tiefen- und Breitensuche*

Im *schlechtesten Fall* ist das nicht besser als Breitensuche:

Exponentieller Aufwand für Zeit und Platz

Problemgröße:
Tiefe des Suchbaums

Bei guten Bewertungsfunktionen ist das *Durchschnittsverhalten* viel besser!

Bei speziellen Problemen ist sogar der schlechteste Fall viel besser:

Bsp.: Spezialfall „Kürzeste-Wege-Problem“:

Algorithmus von Dijkstra (quadratischer Aufwand für Zeit, linearer für Platz)

Problemgröße: Anzahl der Knoten

Uninformierte Suchstrategien

Der Algorithmus von Dijkstra auf kantenbewerteten Graphen

(Spezialfall von Best-First-Search)

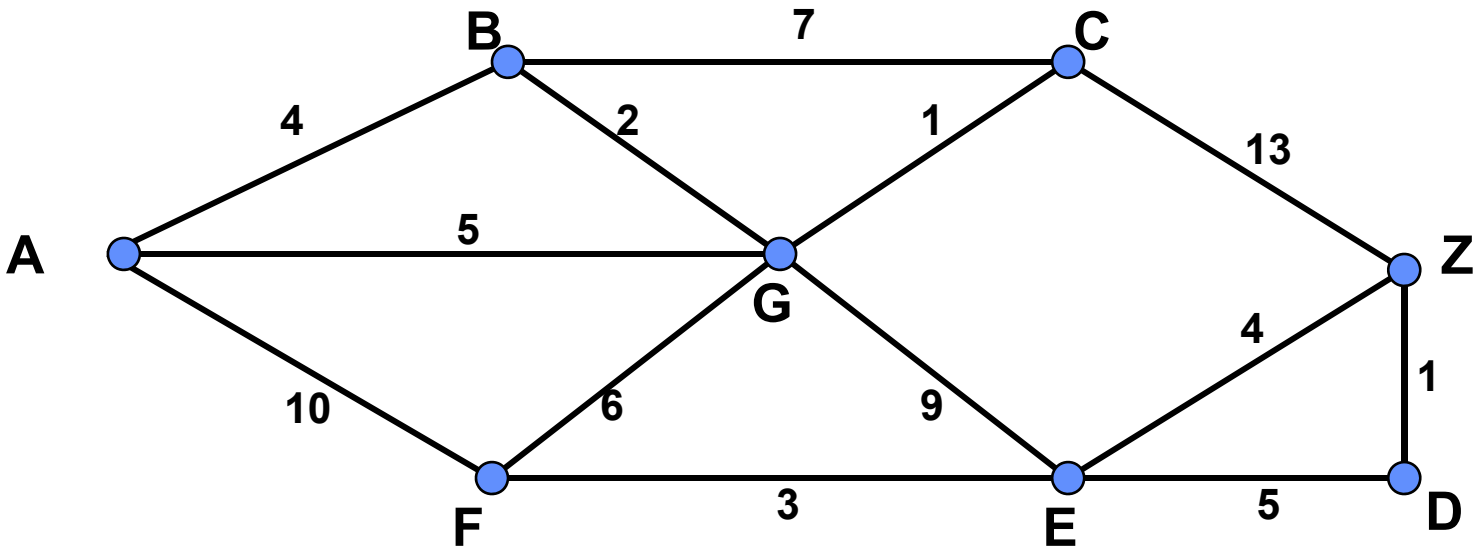
Für alle Kanten (u,v) gibt es Bewertungsfunktion:
Länge (u,v) := Länge der Kante von Ecke u nach Ecke v

Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein.

Algorithmus für Suche des Weges von A nach B mit minimaler Kantenlänge:

- In der Menge **`Berechnet`** sei nur die Ecke A. Markiere A mit *Weglänge* (A) := 0.
  In der Menge **`Unberechnet`** sind alle anderen Ecken des Graphen.
  Markiere die Nachbarn N von A mit *Weglänge* (N) := *Länge* (A,N)
  und alle anderen Ecken V mit *Weglänge* (V) := ∞.
- Wiederhole:
  Wähle die Ecke V aus **`Unberechnet`** mit der kleinsten *Weglänge* (V)
  und verschiebe sie in die Menge **`Berechnet`**.
  Betrachte alle Nachbarn N von V aus **`Unberechnet`**:
  Weglänge (N) := min {*Weglänge* (N), *Weglänge* (V) + *Länge* (V,N)}.
  bis V = B

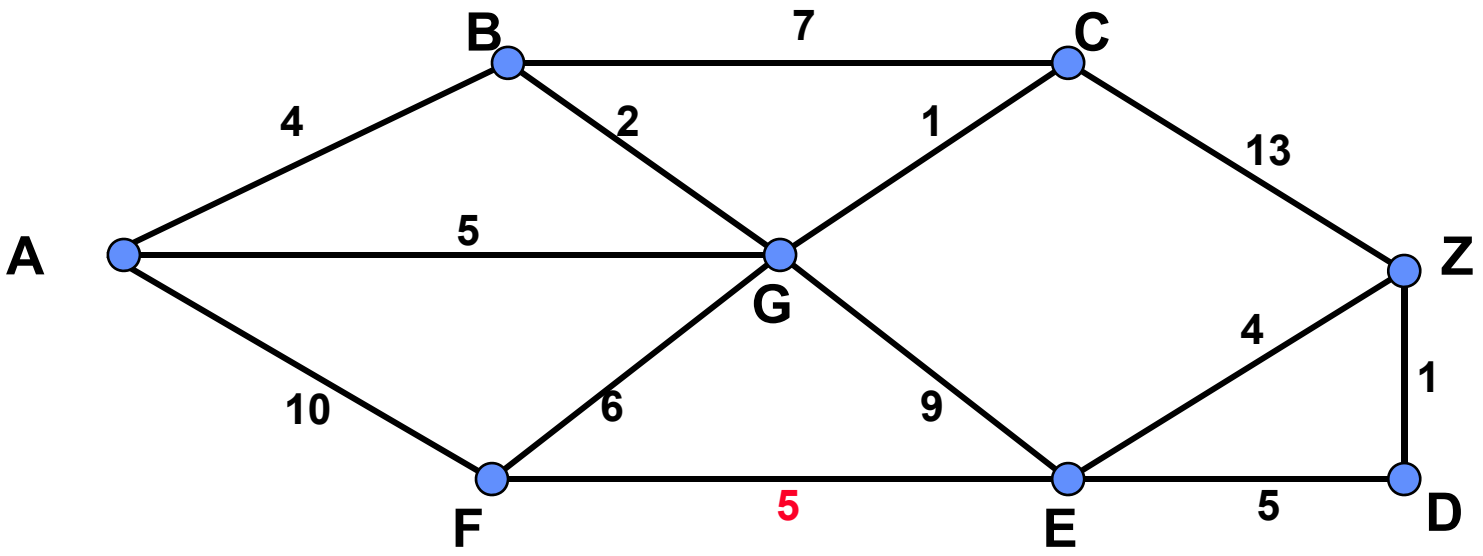
Beispiel für Algorithmus von Dijkstra



Kürzester Weg von A nach Z: A → F → E → Z (17 Einheiten)

Animation dieser Aufgabe und weitere Infos zum Algorithmus von Dijkstra:
Seminarvortrag und Ausarbeitung von Alex Prentki, WS 2004, Nr. 14
http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/WS2004/SeminarMC.html

Beispiel für Algorithmus von Dijkstra



Kürzester Weg von G nach Z: G → E → Z (13 Einheiten)

Knoten (Wegstrecke von G, direkter Vorgänger):

A(5,G)		A(5,G)		A(5,G)						
B(2,G)		B(2,G)								
C(1,G)										
D(∞)	→	D(∞)	→	D(∞)	→	D(∞)	→	D(∞)	→	D(14,E)
E(9,G)		E(9,G)		E(9,G)		E(9,G)		E(9,G)		
F(6,G)		F(6,G)		F(6,G)		F(6,G)				
Z(∞)		Z(14,C)		Z(14,C)		Z(14,C)		Z(14,C)		Z(13,E)

Informierte (Heuristische) Suchstrategien

Gegebene Zusatzinformation:

Schätzfunktion h(Zustand) als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

h() liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

Anwendung: „Bergsteigen“

- Spezialform der Tiefensuche
- Es wird genau der Knoten expandiert, der den besten Schätzfunktionswert aufweist
- Beim Aufsteigen im Suchbaum wird der jeweils nächstbeste Knoten expandiert.

Hauptproblem: Warteschleifen in lokalen Maxima

Informierte (Heuristische) Suchstrategien

Gegebene Zusatzinformation:

Schätzfunktion h(Zustand) als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

h() liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

Anwendung: Optimistisches Bergsteigen

- Spezialform der Tiefensuche
- Es wird nur der Knoten berechnet, der den besten Schätzfunktionswert aufweist
- Zurücksetzen ist nicht möglich: Wenn Schätzfunktion Fehler macht, wird kein Ergebnis gefunden.

Hauptproblem: Feststecken in lokalen Maxima

Informierte (Heuristische) Suchstrategien

Gegebene Zusatzinformation:

Schätzfunktion h(Zustand) als Maß für die Entfernung zu einem Zielknoten

- nicht zu aufwändig
- aber genau genug, um Suchfunktion nicht in die Irre zu führen

h() liefert einen positiven Wert: Je kleiner der Wert, desto näher der Zielknoten

Anwendung: A*-Verfahren

- Spezialform der Bestensuche
- Es wird genau der Knoten expandiert, bei dem die Summe von Kostenbewertung und Schätzfunktionswert optimal ist.

Weitere Infos für die Anwendung von A* in öffentlichen Verkehrsnetzen:
Seminarvortrag und Ausarbeitung von Stefan Görlich, SS 2005, Nr. 5
http://www.fh-wedel.de/archiv/iw/Lehrveranstaltungen/SS2005/SeminarKI.html

Informierte (Heuristische) Suchstrategien

Der A*-Algorithmus auf kantenbewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra) ***(Zustandsbewertung = Knotenbewertung)***

Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein

Voraussetzung an Heuristik $h_B(u)$ für die Abschätzung bzgl. Weglänge $w_B(u)$ zum Zielknoten B**:**

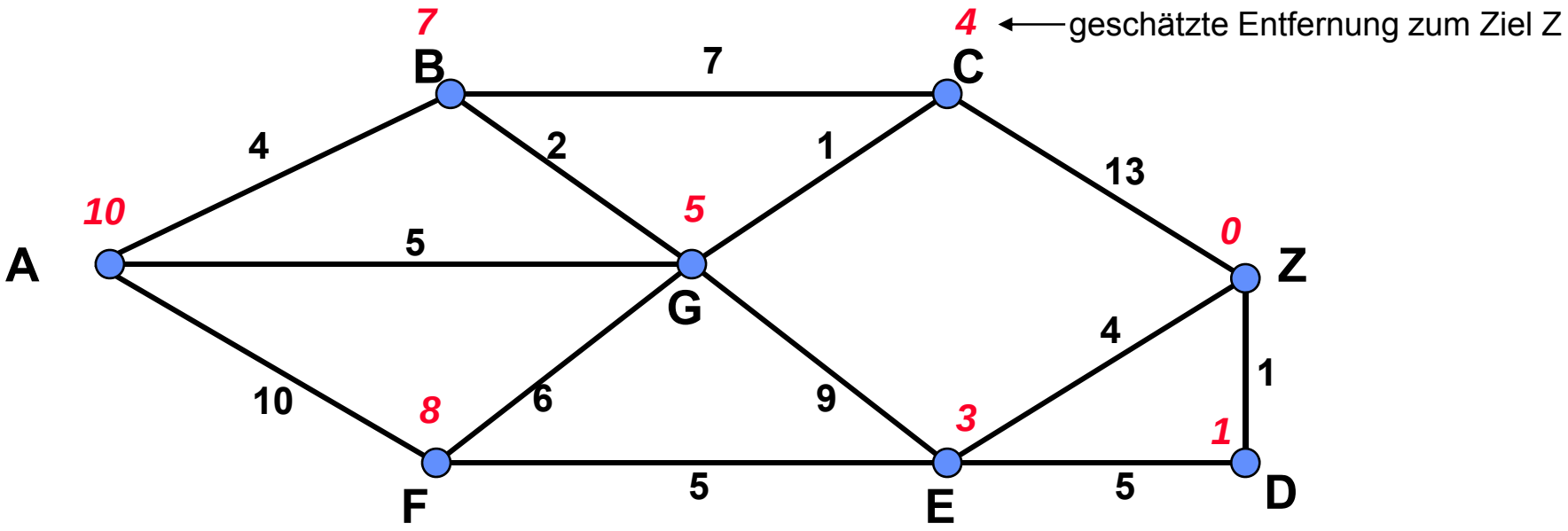
Zulässigkeitsbedingung: $h_B(u) \leq w_B(u)$

Monotoniebedingung: $h_B(u) \leq h_B(v) + \mathit{Länge}(u,v)$

Algorithmus für Suche des Weges von A nach B mit minimaler Kantenlänge:

- In der Menge **`Berechnet`** sei nur die Ecke A. Markiere A mit *Weglänge* (A) := 0.
  In der Menge **`Unberechnet`** sind alle anderen Ecken des Graphen.
  Markiere die Nachbarn N von A mit *Weglänge* (N) := *Länge* (A,N)
  Schätzung (N) := *Weglänge* (N) + h_B(N)
  und alle anderen Ecken V mit *Weglänge* (V) := ∞ und *Schätzung* (V) := ∞.
- Wiederhole:
  Wähle die Ecke V aus **`Unberechnet`** mit der kleinsten *Schätzung* (V)
  und verschiebe sie in die Menge **`Berechnet`**.
  Betrachte alle Nachbarn N von V aus **`Unberechnet`**:
  Weglänge (N) := min {*Weglänge* (N), *Weglänge* (V) + *Länge* (V,N)}.
  Schätzung (N) := *Weglänge* (N) + h_B(N) (falls Aktualisierung notwendig).
  bis V = B

Beispiel für A*-Algorithmus



Kürzester Weg von G nach Z: G → E → Z (13 Einheiten)

Knoten (Wegstrecke von G, direkter Vorgänger, Schätzung zum Ziel):

A(5,G,15)		A(5,G,15)		A(5,G,15)		A(5,G,15)
B(2,G,9)		B(2,G,9)				
C(1,G,5)						
D(∞)	→	D(∞)	→	D(∞)	→	D(14,E,15)
E(9,G,12)		E(9,G,12)		E(9,G,12)		
F(6,G,13)		F(6,G,14)		F(6,G,14)		F(6,G,14)
Z(∞)		Z(14,C,14)		Z(14,C,14)		Z(13,E,13)

Informierte (Heuristische) Suchstrategien

Der A*-Algorithmus auf kantenbewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra) (Zustandsbewertung = Knotenbewertung)

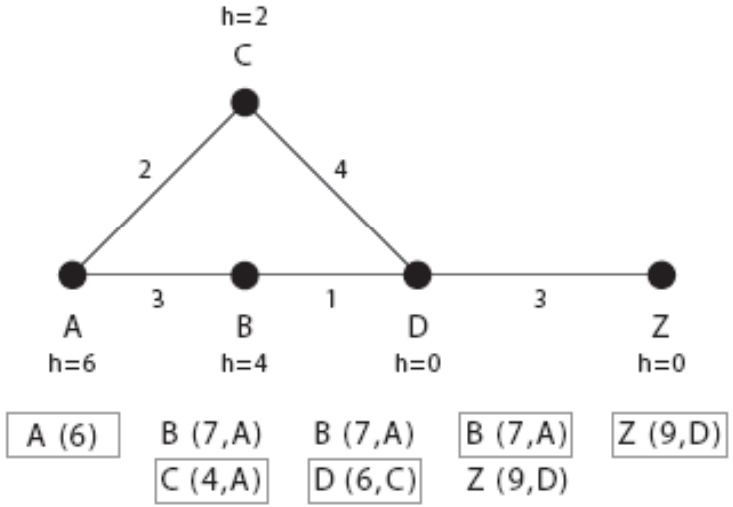
Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein

Voraussetzung an Heuristik $h_B(u)$ für die Abschätzung bzgl. Weglänge $w_B(u)$ zum Zielknoten B**:**

Zulässigkeitsbedingung: $h_B(u) \leq w_B(u)$

Was passiert bei Wegfall der Monotoniebedingung: $h_B(u) \leq h_B(v) + \textit{Länge}(u,v)$

Beispiel:



Aus: Diplomarbeit Andre Keller (SS 2008)

Fehler: D wird nicht mehr aktualisiert, weil es schon in **`Berechnet`** ist.

Informierte (Heuristische) Suchstrategien

Der A*-Algorithmus auf kantenbewerteten Graphen

(Verallgemeinerung des Algorithmus von Dijkstra) (Zustandsbewertung = Knotenbewertung)

Voraussetzung an Kantenbewertung: Alle Kantenlängen müssen nichtnegativ sein

Voraussetzung an Heuristik $h_B(u)$ für die Abschätzung bzgl. Weglänge $w_B(u)$ zum Zielknoten B**:**

Nur Zulässigkeitsbedingung: $h_B(u) \leq w_B(u)$

Algorithmus für Suche des Weges von A nach B mit minimaler Kantenlänge:

- In der Menge **`Berechnet`** sei nur die Ecke A. Markiere A mit *Weglänge* (A) := 0.
  In der Menge **`Unberechnet`** sind alle anderen Ecken des Graphen.
  Markiere die Nachbarn N von A mit *Weglänge* (N) := *Länge* (A,N)
  Schätzung (N) := *Weglänge* (N) + h_B(N)
  und alle anderen Ecken V mit *Weglänge* (V) := ∞ und *Schätzung* (V) := ∞.
- Wiederhole:
  Wähle die Ecke V aus **`Unberechnet`** mit der kleinsten *Schätzung* (V)
  und verschiebe sie in die Menge **`Berechnet`**.
  Betrachte alle Nachbarn N von V aus **`Berechnet`** und **`Unberechnet`**:
  Weglänge (N) := min {*Weglänge* (N), *Weglänge* (V) + *Länge* (V,N)}.
  Schätzung (N) := *Weglänge* (N) + h_B(N) (falls Aktualisierung notwendig).
  Falls Aktualisierung bei Nachbarn N* aus **`Berechnet`** erfolgte:
  Verschiebe N* wieder nach **`Unberechnet`**.

bis V = B