

Aufgabe 1)

Was berechnet die folgende Prozedur? Was ist die schwächste Vorbedingung dafür?
(Beweis!)

Hinweis: Beweis durch vollständige Induktion über einen der Parameter.

```
procedure f(m,n: integer): integer
begin
  if (m <= 0)
    return 1
  else
    return m * f(m-1, n);
end;
```

Ersetzen Sie die Bedingung für den nichtrekursiven Aufruf durch ($m < 0$).
Was wird dann berechnet?

Aufgabe 2)

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
procedure f(x, y, z: N): N;
begin
  if (x ≤ y) then
    return z
  else
    return f(x-1, y, z+1);
end;
```

a) Berechnen Sie $f(10,7,3)$

b) Was berechnet $f(x,y,z)$ im allgemeinen? Beweisen Sie das durch vollständige Induktion über einen der Parameter!

Aufgabe 3)

- Geben Sie für die folgenden Funktionen den Rekursionstypen an.
- Begründen Sie jeweils Ihre Antwort (bei primitiv, end- und linear rekursiv durch Angabe der entspr. Funktionsteile oder (falls Ihnen das nicht gelingt) in Worten, bei allgemein rekursiv durch Argumentation, warum die Funktion noch nicht einmal linear rekursiv ist.
- Geben Sie für die endrekursiven Funktionen äquivalente nichtrekursive Prozeduren an!

i) `procedure ggT(x, y: N): N;
begin
 if (x MOD y = 0)
 then return y
 else return ggT(y, x MOD y)
end;`

ii) Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 && \text{für } x = 0 \\ f(x) &= f(x-1) + 1 && \text{für } x = 1 \\ f(x) &= x^{f(x \bmod 2)} && \text{sonst.} \end{aligned}$$

Zusatzfrage: Was ist $f(32)$?

iii) `procedure f(x: N): N
begin
 if ((x * x) MOD 2 = 1) then
 return x
 else
 return x/2 + f(x DIV 2)
end`

Zusatzfrage: Was ist $f(30)$? Haben Sie eine Vermutung, was für allgemeine x herauskommt?

iv) Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 && \text{für } x = 1 \\ f(x) &= f(x/2) && \text{für gerade } x \\ f(x) &= f(3x+1) && \text{für ungerade } x. \end{aligned}$$

Berechnen Sie $f(10)$, $f(15)$ und $f(20)$! Was würden Sie daraus für $f(x)$ im Allgemeinen vermuten?

Statt eines Beweises sollten Sie lieber nach Ulam-Collatz googeln!