Aufgabe 1)

Gegeben seien folgende Prädikate:

- studiert (s,f,h): s studiert das Fach f an Hochschule h
- hatAbiturnote (s,n): s hat die Abiturnote n (n = 5 wenn s gar kein Abitur hat)
- hat Fachhochschulreifennote (s,n): s hat die Fachhochschulreifennote n (n = 5, wenn s gar keine Fachhochschulreife hat)

a) Geben Sie die Definitionsbereiche für alle Prädikate an! Hierbei ist zu berücksichtigen, dass Noten für bestandene Examen nur zwischen 1 und 4 sein können.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Sie dürfen zusätzlich mit arithmetischen Vergleichsprädikaten arbeiten.

b) Jeder, der das Abitur bestanden hat, hat auch die Fachhochschulreife.

c) Alle Studierenden der FH Wedel haben Abitur oder Fachhochschulreife.

d) Nur Absolventen mit Abiturdurchschnitt mindestens 3,0 oder Fachhochschulreife mindestens 2,5 studieren an der FH Wedel.

e) Alle Abiturienten mit Abiturdurchschnitt 1,0 studieren Zahnmedizin oder Jura.

f) Wer Zahnmedizin oder Jura studiert, hat Abitur.

g) Wer Abiturdurchschnitt 1,0 hat und nicht Zahnmedizin oder Jura studiert, studiert Technische Informatik an der FH Wedel.

h) An der FH Wedel kann ein Studierender nur ein Fach (gleichzeitig) studieren.

Aufgabe 2)[1]

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 27.10.2011 $\in$ *Daten*)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

J (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Jahreszahl von x	(Bsp.: J (27.10.2011) = 2011)
M (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Monatszahl von x	(Bsp.: M (27.10.2011) = 10)
T (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Tagesdatumszahl von x	(Bsp.: T (27.10.2011) = 27)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

a) In keinem Jahr gibt es einen 30.02.

b) Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

c) Nur Jahre, die durch 4 teilbar sind, können einen 29.02. haben.

[1] Diese Aufgabe ist identisch mit der noch nicht besprochenen Aufgabe 5 des vorigen Übungsblatts

Aufgabe 3)

Zeigen Sie, das die Nicht-Widerlegbarkeit von F(x) etwas anderes ist als die Widerlegbarkeit von ¬F(x):

- Sie müssen entweder ein nicht widerlegbares Prädikat P(x) finden, für das ¬P(x) auch nicht widerlegbar ist,
- oder Sie müssen ein widerlegbares Prädikat Q(x) finden, für das ¬Q(x) auch widerlegbar ist.

Sie können nur eine der beiden Varianten finden. Begründen Sie warum die andere nicht möglich ist.

Welche ist also die schwächere Eigenschaft, die aus der anderen folgt:
F(x) ist nicht widerlegbar oder ¬F(x) ist widerlegbar?

Aufgabe 4)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar und widerlegbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

a) $\forall i \leq 0: i < j$
b) $\forall i \leq 0 : \exists j < 0 : i < j$
c) $\forall i < 0 : \exists j < 0 : i \leq j$
d) $\exists j < 0 : \forall i < 0 : i \leq j$
e) $i^2 \leq 0$
f) $i^2 \leq i^2 - 1$

Aufgabe 5)

Seien m, n aus der Menge aller Menschen und x, y $\in \mathbb{Z}$.

Stellen Sie schematisch die Mengen dar, die folgende Bedingungen erfüllen (machen Sie sich daran die Teilmengen-Beziehungen deutlich). Ordnen Sie dann die Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

a) { m studiert }, { m hat mindestens Fachhochschulreife }, { m studiert an der FH Wedel }, { m hat mindestens Hochschulreife } , { m ist im 5. Semester an der FH Wedel }, { m studiert Wirtschaftsinformatik }
b) $\{ x^2 > 0 \}$, $\{ x > 0 \}$, $\{ x > 10 \}$, $\{ x \geq 10 \}$, $\{ x < 0 \}$
c) $\{(x \geq y) \wedge (x \geq -y)\}$, $\{T\}$, $\{x > 0\}$, $\{x \geq 0\}$, $\{y < 0\}$, $\{\perp\}$, $\{(x \geq y) \wedge (y \geq 0)\}$, $\{(y \geq 0)\}$, $\{(x = y) \wedge (y \geq 0)\}$

Aufgabe 6)

Geben Sie für die folgenden Programme jeweils eine Vorbedingung {V} bzw. eine Nachbedingung {N} an. Versuchen Sie, die Vorbedingung möglichst schwach bzw. die Nachbedingung möglichst stark zu machen!
(Setzen Sie voraus, dass die Variablen x,y,z ganze Zahlen und definiert sind.)

a) {V}	z := 0	{ z= 0 }
b) {V}	z := 0	{ z= 1 }
c) {V}	x := x+ 10	{ x= 25 }
d) { x= 2 }	y := x*x	{N}
e) { x< 0 }	y := x*x	{N}
f) {V}	y := x+ z	{ y= 0 }
g) {V}	y := x+ z	{ z= 0 }
h) { z= 0 }	y := x+ z	{N}
i) {T}	y := x+ z	{N}
j) { x*y= 100 }	x := x*y	{N}
k) {V}	y := x*x +10	{y=35}