Aufgabe 1)

Bringen Sie die folgenden Formeln in KNF und stellen Sie diese in Mengendarstellung dar:

a) $p \rightarrow (p \rightarrow q)$
b) $\neg(p \vee (q \wedge r))$

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

L(x,y): x liebt y

V(x,y): x ist mit y verheiratet

F(x): x ist weiblich

M(x): x ist männlich

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

a) Anna liebt Bernd, ist aber mit Erwin verheiratet.

b) Erwin liebt alle Frauen.

c) Anna liebt nur Männer, die nicht andere Frauen lieben.

d) Nur Anna liebt Bernd.

e) Bernd liebt niemanden außer sich selbst.

f) Jede Person ist Mann oder Frau, aber nicht beides gleichzeitig.

g) Miteinander verheiratet zu sein beruht auf Gegenseitigkeit.

h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 3)

Gegeben sei das Prädikat hatKlausurnote (x,y,z), welches bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat sowie die Funktion klausurnote (x,y), welche einem Studierenden die Klausurnote im Fach y zuordnet.

a) Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge von hatKlausurnote (x,y,z) und klausurnote (x,y) an.
b) Beschreiben Sie hatKlausurnote (x,y,z) mit Hilfe der Funktion klausurnote (x,y) und arithmetischen Vergleichsoperatoren.

c) Definieren Sie mit Hilfe der angegebenen Funktionen und Prädikate folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:
- eignetSichAlsTutor (x) bedeutet, dass x in DM und in PS mindestens eine 2 hat.

- bestehtKlausur (x,y) bedeutet, dass x die Klausur im Fach y besteht.
  Anm.: Man besteht, wenn man mindestens eine 4 schreibt. Durchfallen ist das Gegenteil von Bestehen.
- mindestensSoSchwer (x,y) bedeutet, dass alle Studierenden im Fach x eine höchstens so gute Note wie in y haben

Aufgabe 4)

Gegeben seien die oben angegebenen Prädikate hatKlausurnote, bestehtKlausur, eignetSichAlsTutor und mindestensSoSchwer.
Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

a) Jeder, der sich als Tutor eignet, hat DM und PS bestanden.

b) Analysis ist mindestens so schwer wie DM und PS.

c) Nur Studierende, die DM oder PS bestehen, bestehen auch die Analysis.

d) In Analysis schreibt nur eine 1, wer sich auch als Tutor eignet.

e) Niemand hat in DM und PS Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.

f) Karl eignet sich als Tutor, ist aber in Analysis durchgefallen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

g) Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht PS.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 5)

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 27.10.2011 $\in$ *Daten*)
Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

J (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Jahreszahl von x	(Bsp.: J (27.10.2011) = 2011)
M (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Monatszahl von x	(Bsp.: M (27.10.2011) = 10)
T (x):	*Daten* $\rightarrow \mathbb{N}$	ergibt die Tagesdatumszahl von x	(Bsp.: T (27.10.2011) = 27)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

a) In keinem Jahr gibt es einen 30.02.

b) Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

c) Wer im Beispiel mit den geraden Zahlen in der Hauptvorlesung aufgepasst hat, kann auch schon Folgendes lösen:

Nur Jahre, die durch 4 teilbar sind, können einen 29.02. haben.