

Diskrete Mathematik

Teil Verifikation

Sebastian Iwanowski
FH Wedel

Kap. 2: Verifikation von Verzweigungen

Verifikation von Verzweigungen

Definition einer Verzweigung:

```
if IfBedingung
then
    then-Anweisung
else
    else-Anweisung
```

`IfBedingung` muss eine **logische** Funktion sein, die nur von Variablen abhängen darf, die mit Werten belegt sind.

Funktionsweise:

Zunächst wird `IfBedingung` ausgewertet.

Wenn `IfBedingung` wahr ist, wird nur die `then-Anweisung` ausgeführt.

Wenn `IfBedingung` falsch ist, wird nur die `else-Anweisung` ausgeführt.

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}
if IfBedingung
then
    {then-Vorbedingung}
    then-Anweisung
    {then-Nachbedingung}
else
    {else-Vorbedingung}
    else-Anweisung
    {else-Nachbedingung}
{Nachbedingung}
```

Aufgrund der Funktionsweise einer Verzweigung muss gelten:

- 1) then-Vorbedingung \Leftrightarrow (Vorbedingung \wedge IfBedingung)
- 2) else-Vorbedingung \Leftrightarrow (Vorbedingung $\wedge \neg$ IfBedingung)
- 3) then-Nachbedingung \Rightarrow Nachbedingung
- 4) else-Nachbedingung \Rightarrow Nachbedingung

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}
if IfBedingung
then
    {then-Vorbedingung}
    then-Anweisung
    {then-Nachbedingung}
else
    {else-Vorbedingung}
    else-Anweisung
    {else-Nachbedingung}
{Nachbedingung}
```

Damit gilt:

$\{Vorbedingung\} \text{ if then } \dots \text{ else } \dots \{Nachbedingung\}$

\Leftrightarrow

- 1) $(\{Vorbedingung\} \wedge \text{IfBedingung}) \text{ then-Anweisung } \{Nachbedingung\}$
- 2) $\wedge (\{Vorbedingung\} \wedge \neg \text{IfBedingung}) \text{ else-Anweisung } \{Nachbedingung\}$

Verifikation von Verzweigungen

Beispiel für die Verifikation einer Verzweigung:

{ Vorbedingung } φ

```
if (y>0)
  then
    z := x · y
  else
    z := x / y
```

{ z ≥ 0 } ψ

Welches ist die schwächste Vorbedingung φ für ψ ?

1. Aufgabe: { $\varphi_1 \wedge (y>0)$ } z := x · y { z ≥ 0 }

2. Aufgabe: { $\varphi_2 \wedge (y\leq 0)$ } z := x / y { z ≥ 0 }

Lösung: $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge (y>0)) \vee (\varphi_2 \wedge (y\leq 0))$

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

{Vorbedingung}	φ
if IfBedingung	β
then	
{then-Vorbedingung}	φ_1
then-Anweisung	
{then-Nachbedingung}	ψ_1
else	
{else-Vorbedingung}	φ_2
else-Anweisung	
{else-Nachbedingung}	ψ_2
{Nachbedingung}	ψ

Berechnung der schwächsten Vorbedingung: Gegeben ψ , berechne φ

- 1) Setze $\psi_1 = \psi$ und berechne das schwächste φ_1
- 2) Setze $\psi_2 = \psi$ und berechne das schwächste φ_2
- 3) Lösung: $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

{Vorbedingung}	φ
if IfBedingung	β
then	
{then-Vorbedingung}	φ_1
then-Anweisung	
{then-Nachbedingung}	ψ_1
else	
{else-Vorbedingung}	φ_2
else-Anweisung	
{else-Nachbedingung}	ψ_2
{Nachbedingung}	ψ

Berechnung der stärksten Nachbedingung: Gegeben φ , berechne ψ

- 1) Setze $\varphi_1 = \varphi \wedge \beta$ und berechne das stärkste ψ_1
- 2) Setze $\varphi_2 = \varphi \wedge \neg\beta$ und berechne das stärkste ψ_2
- 3) Lösung: $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$

Anmerkung: $(\psi_1 \wedge \beta) \vee (\psi_2 \wedge \neg\beta)$ gilt in Nachbedingung ψ nicht notwendigerweise, da die then- bzw. else-Anweisung β bzw. $\neg\beta$ zerstören könnte.

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik: **Achtung Verwechslungsgefahr !**

S	{	{Vorbedingung}	φ
		if IfBedingung	β
		then	
		{then-Vorbedingung}	φ_1
		then-Anweisung	T
		{then-Nachbedingung}	ψ_1
		else	
		{else-Vorbedingung}	φ_2
		else-Anweisung	E
		{else-Nachbedingung}	ψ_2
	{Nachbedingung}	ψ	

Zusammenhang der **Anweisungen** S, T und E:

$$\{\varphi\} S \{\psi\} \Leftrightarrow (\{\varphi \wedge \beta\} T \{\psi\}) \wedge (\{\varphi \wedge \neg\beta\} E \{\psi\})$$

Es wird hier keine Aussage über den Zusammenhang von $\varphi_1, \varphi_2, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi, \beta$ gemacht !

Zusammenhang der **Bedingungen** $\varphi_1, \varphi_2, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi, \beta$:

1) $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

2) $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$