

Aufgabe 1)

Bringen Sie die folgenden Formeln in KNF und stellen Sie diese in Mengendarstellung dar:

- a) $\neg(p \rightarrow \neg p)$
- b) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \wedge p)$

Aufgabe 2)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

- $L(x,y)$: x liebt y
- $F(x)$: x ist weiblich
- $M(x)$: x ist männlich
- $K(x,y)$: x ist Kind von y

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Erwin ist der Sohn von Hans.
- b) Hans ist der Vater von Erwin.
- c) Linda liebt alle Kinder von Hans.
- d) Linda liebt nur die Kinder von Hans.
- e) Linda liebt keine Kinder, die nicht von Hans sind, es sei denn sie sind von ihr selbst.
- f) Jede Mutter liebt ihre Kinder.
- g) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.
- h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 3)

Gegeben sei das Prädikat $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$, welches bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat sowie die Funktion $\text{klausurnote}(x,y)$, welche einem Studierenden die Klausurnote im Fach y zuordnet.

- a) Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge von $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ und $\text{klausurnote}(x,y)$ an.
- b) Beschreiben Sie $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ mit Hilfe der Funktion $\text{klausurnote}(x,y)$ und arithmetischen Vergleichsoperatoren.

c) Definieren Sie mit Hilfe der angegebenen Funktionen und Prädikate folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:

- $\text{bestehtKlausur}(x,y)$ bedeutet, dass x die Klausur im Fach y besteht.
- $\text{hatChancen}(x)$ bedeutet, dass x irgendeine Klausur besteht.
- $\text{mindestensSoHart}(x,y)$ bedeutet, dass alle Studierenden, die im Fach y durchfallen, auch in x durchfallen.

Anm.: Man besteht, wenn man mindestens eine 4 schreibt. Durchfallen ist das Gegenteil von Bestehen.

Aufgabe 4)

Gegeben seien die oben angegebenen Prädikate hatKlausurnote , bestehtKlausur , hatChancen und mindestensSoHart .

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Keiner, der im Brückenkurs durchfällt, hat Chancen.
- Analysis ist mindestens so hart wie DM und GTI.
- Nur Studierende, die den Brückenkurs bestehen, haben Chancen.
- Studierende, die den Brückenkurs bestehen, bestehen auch andere Klausuren.
- Niemand hat in DM und GTI Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.
- Karl ist in Analysis durchgefallen, hat aber Chancen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

- Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht GTI.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 5)

Es sei folgende Formel F gegeben:

$$F: \forall z (x \leq z) \wedge \exists y ((x + y) < z)$$

- Von welchen Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- Negieren Sie F .