GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK WS 2010/2011

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 06 (3 Aufgaben)

fhwedel UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Aufgabe 1)

Was berechnet die folgende Prozedur? Was ist die schwächste Vorbedingung dafür? (Beweis!)

Hinweis: Beweis durch vollständige Induktion über einen der Parameter.

```
procedure f(m,n: integer): integer

begin
   if (m <= 0)
      return 1
   else
      return m * f(m-1, n);
end;
```

Ersetzen Sie die Bedingung für den nichtrekursiven Aufruf durch (m < 0).
Was wird dann berechnet?

Aufgabe 2)

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
procedure f(x, y, z: ℕ): ℕ;
begin
   if (x ≤ y) then
       return z
   else
      return f(x-1, y, z+1);
end;
```

a) Berechnen Sie f (10,7,3)

b) Was berechnet f(x,y,z) im allgemeinen? Beweisen Sie das durch vollständige Induktion über einen der Parameter!

Aufgabe 3)

a) Geben Sie für die folgenden Funktionen den Rekursionstypen an.
b) Begründen Sie jeweils Ihre Antwort (bei primitiv, end- und linear rekursiv durch Angabe der entspr. Funktionsteile, bei allgemein rekursiv durch Argumentation, warum die Funktion noch nicht einmal linear rekursiv ist).
c) Geben Sie für die endrekursiven Funktionen äquivalente nichtrekursive Prozeduren an!

i)

```
procedure ggT(x, y: ℕ): ℕ;
begin
   if (x MOD y = 0)
   then return y
   else return ggT(y, x MOD y)
end;
```

ii) Es sei f: $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$f(x) = 0$	für $x = 0$
$f(x) = 1$	für $x = 1$
$f(x) = x^{f(x \bmod 2)}$	sonst.

Zusatzfrage: Was ist f (32)?

iii)

```
procedure f(x: ℕ): ℕ
begin
   if (x = 0) then
      return 0
   else
      return x + f(x div 2)
end
```

Zusatzfrage: Was ist f(32)?

iv) Es sei f: $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$f(x) = 1$	für $x = 1$
$f(x) = f(x/2)$	für gerade x
$f(x) = f(3x+1)$	für ungerade x.

Berechnen Sie f(10), f(15) und f(20)! Was würden Sie daraus für f(x) im Allgemeinen vermuten?

Statt eines Beweises sollten Sie lieber nach Ulam-Collatz googeln!