

Aufgabe 1)

Gegeben seien die in der vorigen Übung definierten Prädikate hatKlausurnote , bestehtKlausur , $\text{eignetSichAlsTutor}$ und $\text{mindestensSoSchwer}$.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Jeder, der sich als Tutor eignet, hat DM und GTI bestanden.
- b) Analysis ist mindestens so schwer wie DM und GTI.
- c) Nur Studierende, die DM oder GTI bestehen, bestehen auch die Analysis.
- d) In Analysis schreibt nur eine 1, wer sich auch als Tutor eignet.
- e) Niemand hat in DM und GTI Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.
- f) Karl eignet sich als Tutor, ist aber in Analysis durchgefallen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

- g) Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht GTI.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 2)

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: $30.10.2010 \in \text{Daten}$)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

- | | | | |
|--------|---------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| J (x): | $\text{Daten} \rightarrow \mathbb{N}$ | ergibt die Jahreszahl von x | (Bsp.: $J(30.10.2010) = 2010$) |
| M (x): | $\text{Daten} \rightarrow \mathbb{N}$ | ergibt die Monatszahl von x | (Bsp.: $M(30.10.2008) = 10$) |
| T (x): | $\text{Daten} \rightarrow \mathbb{N}$ | ergibt die Tagesdatumszahl von x | (Bsp.: $T(30.10.2008) = 30$) |

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

- a) In keinem Jahr gibt es einen 30.02.
- b) Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

Aufgabe 3)

Zeigen Sie, dass die Nicht-Widerlegbarkeit von $F(x)$ etwas anderes ist als die Widerlegbarkeit von $\neg F(x)$:

- Sie müssen entweder ein nicht widerlegbares Prädikat $P(x)$ finden, für das $\neg P(x)$ auch nicht widerlegbar ist,
- oder Sie müssen ein widerlegbares Prädikat $Q(x)$ finden, für das $\neg Q(x)$ auch widerlegbar ist.

Sie können nur eine der beiden Varianten finden. Begründen Sie warum die andere nicht möglich ist.

Welche ist also die schwächere Eigenschaft, die aus der anderen folgt:
 $F(x)$ ist nicht widerlegbar oder $\neg F(x)$ ist widerlegbar?

Aufgabe 4)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar und widerlegbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

- a) $\forall i \leq 0 : i < j$
- b) $\forall i \leq 0 : \exists j < 0 : i < j$
- c) $\forall i < 0 : \exists j < 0 : i \leq j$
- d) $\exists j < 0 : \forall i < 0 : i \leq j$
- e) $i^2 \leq 0$
- f) $i^2 \leq i^2 - 1$

Aufgabe 5)

Seien m, n aus der Menge aller Menschen und $x, y \in \mathbb{Z}$.

Stellen Sie schematisch die Mengen dar, die folgende Bedingungen erfüllen (machen Sie sich daran die Teilmengen-Beziehungen deutlich). Ordnen Sie dann die Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

- a) $\{m \text{ studiert}\}, \{m \text{ hat mindestens Fachhochschulreife}\}, \{m \text{ studiert an der FH Wedel}\}, \{m \text{ hat mindestens Hochschulreife}\}, \{m \text{ ist im 5. Semester an der FH Wedel}\}, \{m \text{ studiert Wirtschaftsinformatik}\}$
- b) $\{x^2 > 0\}, \{x > 0\}, \{x > 10\}, \{x \geq 10\}, \{x < 0\}$
- c) $\{(x \geq y) \wedge (x \geq -y)\}, \{T\}, \{x > 0\}, \{x \geq 0\}, \{y < 0\}, \{\perp\}, \{(x \geq y) \wedge (y \geq 0)\}, \{(y \geq 0)\}, \{(x = y) \wedge (y \geq 0)\}$

Aufgabe 6)

Geben Sie für die folgenden Programme jeweils eine Vorbedingung $\{V\}$ bzw. eine Nachbedingung $\{N\}$ an. Versuchen Sie, die Vorbedingung möglichst schwach bzw. die Nachbedingung möglichst stark zu machen!

(Setzen Sie voraus, dass die Variablen x, y, z ganze Zahlen und definiert sind.)

- | | | |
|----------------------|-------------------|--------------|
| a) $\{V\}$ | $z := 0$ | $\{z = 0\}$ |
| b) $\{V\}$ | $z := 0$ | $\{z = 1\}$ |
| c) $\{V\}$ | $x := x + 10$ | $\{x = 25\}$ |
| d) $\{x = 2\}$ | $y := x * x$ | $\{N\}$ |
| e) $\{x < 0\}$ | $y := x * x$ | $\{N\}$ |
| f) $\{V\}$ | $y := x + z$ | $\{y = 0\}$ |
| g) $\{V\}$ | $y := x + z$ | $\{z = 0\}$ |
| h) $\{z = 0\}$ | $y := x + z$ | $\{N\}$ |
| i) $\{T\}$ | $y := x + z$ | $\{N\}$ |
| j) $\{x * y = 100\}$ | $x := x * y$ | $\{N\}$ |
| k) $\{V\}$ | $y := x * x + 10$ | $\{y = 35\}$ |