

Aufgabe 1)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$: x liebt y

$F(x)$: x ist weiblich

$M(x)$: x ist männlich

$K(x,y)$: x ist Kind von y

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Erwin ist der Sohn von Hans.
- b) Hans ist der Vater von Erwin.
- c) Linda liebt alle Kinder von Hans.
- d) Linda liebt nur die Kinder von Hans.
- e) Linda liebt keine Kinder, die nicht von Hans sind, es sei denn sie sind von ihr selbst.
- f) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.
- g) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

Aufgabe 2)

Wie kann man $a < b$, $a <= b$, $a = b$, $a >= b$ und $a > b$ jeweils nur mit Hilfe der Operatoren \neg , \wedge , \vee und des Prädikates $\text{groesser}(x,y)$ darstellen?

(Hierbei sei: $\text{groesser}(x,y)$: $x > y$)

Aufgabe 3)

Gegeben sei das Prädikat $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$, welches bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat sowie die Funktion $\text{klausurnote}(x,y)$, welche einem Studierenden die Klausurnote im Fach y zuordnet.

- a) Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge von $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ und $\text{klausurnote}(x,y)$ an.
- b) Beschreiben Sie $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ mit Hilfe der Funktion $\text{klausurnote}(x,y)$ und arithmetischen Vergleichsoperatoren.

c) Definieren Sie mit Hilfe der angegebenen Funktionen und Prädikate folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:

- bestehtKlausur (x,y) bedeutet, dass x die Klausur im Fach y besteht.
- hatChancen (x) bedeutet, dass x irgendeine Klausur besteht.
- mindestensSoHart (x,y) bedeutet, dass alle Studierenden, die im Fach y durchfallen, auch in x durchfallen.

Anm.: Man besteht, wenn man mindestens eine 4 schreibt. Durchfallen ist das Gegenteil von Bestehen.

Aufgabe 4)

Gegeben seien die oben angegebenen Prädikate hatKlausurnote, bestehtKlausur, hatChancen und mindestensSoHart.

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Keiner, der im Brückenkurs durchfällt, hat Chancen.
- Analysis ist mindestens so hart wie DM und GTI.
- Nur Studierende, die den Brückenkurs bestehen, haben Chancen.
- Studierende, die den Brückenkurs bestehen, bestehen auch andere Klausuren.
- Niemand hat in DM und GTI Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.
- Karl, ist in Analysis durchgefallen, hat aber Chancen.

Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?

- Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht GTI.

Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

Aufgabe 5)

Es sei folgende Formel F gegeben:

$$F: \forall z (x \leq z) \wedge \exists y ((x + y) < z)$$

- Von welcher Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- Negieren Sie F.
- Geben Sie Definitionsbereiche für x, y, z an, so dass F erfüllbar ist. Ist $\neg F$ in diesem Fall ein Widerspruch?
- Geben Sie Definitionsbereiche für x, y, z an, so dass F ein Widerspruch ist. Ist $\neg F$ in diesem Fall erfüllbar?.