

**Aufgabe 1)**

Was berechnet die folgende Prozedur? Was ist die schwächste Vorbedingung dafür? (Beweis!)

*Hinweis: Beweis durch vollständige Induktion über einen der Parameter.*

```
procedure rekursiv(m,n: integer): integer
begin
  if (n<=0)
    return 0
  else
    return m + rekursiv(m, n-1);
end;
```

**Aufgabe 2)**

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
function f(x, y, z : N) : N;
begin
  if (y=0) then
    return x*z
  else
    return f(x+z, y-1, z);
end;
```

- a) Was ist  $f(3,4,2)$ ? (Zwischenschritte angeben!)
- b) Beweisen Sie durch vollständige Induktion über einen der Parameter, dass die Funktion  $xz+yz^2$  berechnet.

**Aufgabe 3)**

- a) Geben Sie für die folgenden Funktionen den Rekursionstypen an.
- b) Begründen Sie jeweils Ihre Antwort (bei primitiv, end- und linear rekursiv durch Angabe der entspr. Funktionsteile, bei allgemein rekursiv durch Argumentation, warum die Funktion noch nicht einmal linear rekursiv ist).
- c) Geben Sie für die endrekursiven Funktionen äquivalente nichtrekursive Prozeduren an!

```
i) function ggT(x, y: N): N;
begin
  if (x MOD y = 0) then
    return y
  else
    return ggT(y, x MOD y);
end;
```

ii) Es sei  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit

$$f(x) = 0 \quad \text{für } x = 0$$
$$f(x) = x^{f(x \text{ DIV } 3)} \quad \text{sonst.}$$

Zusatzfrage: Was ist  $f(31)$ ?

```
iii) f ( x : N, y : N ) : N
begin
  if (x=0  $\vee$  y=0) then
    return 0
  else
    begin
      if y  $\leq$  x then
        return y + f(x-1,y)
      else
        return f(y,x);
    end; {else}
end {f}
```

Zusatzfrage: Was ist  $f(2,3)$ ?

```
iv) f ( x : N ) : N
begin
  if (x > 100) then
    return x-10
  else
    return f(f(x+11));
end
```

Zusatzfrage: Berechnen Sie  $f(80)$ ,  $f(85)$  und  $f(90)$ ! Was würden Sie daraus für  $f(x)$  im allgemeinen vermuten?