GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK WS 2009/2010

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 06 (4 Aufgaben) S.1/2

Aufgabe 1)

```
procedure f(n): integer

begin
   if (n = 0)
      return n
   else
      return n * f(n-1);
end;
```

a) Geben Sie eine Vorbedingung an, bei der dieses Programm[1] terminiert! Was berechnet das Programm unter dieser Vorbedingung?

b) Beweisen Sie Ihre Antwort auf die Frage in a) mit vollständiger Induktion nach n.

Aufgabe 2)

Was berechnet die folgende Prozedur? Was ist die schwächste Vorbedingung dafür? (Beweis!)

Hinweis: Beweis durch vollständige Induktion über einen der Parameter.

```
procedure mult(m,n: integer): integer

begin
   if (m <= 0)
     return 0
   else
     return m + mult(m-1, n);
end;
```

Aufgabe 3)

Gegeben sei folgende Funktion f:

```
procedure f(x, y, z: ℕ): ℕ;
begin
   if (x ≤ y) then
      return z
   else
     return f(x-1, y, z+1);
end;
```

[1] Die Syntax und Funktionsweise entspricht der aus dem Foliensatz GTI2Prozeduren, welche nicht mit Pascal identisch ist.

a) Berechnen Sie f (10,7,3)

b) Was berechnet f(x,y,z) im allgemeinen? Beweisen Sie das durch vollständige Induktion über einen der Parameter!

Aufgabe 4)

a) Geben Sie für die folgenden Funktionen den Rekursionstypen an.
b) Begründen Sie jeweils Ihre Antwort (bei primitiv, end- und linear rekursiv durch Angabe der entspr. Funktionsteile, bei allgemein rekursiv durch Argumentation, warum die Funktion noch nicht einmal linear rekursiv ist).
c) Geben Sie für die endrekursiven Funktionen äquivalente nichtrekursive Prozeduren an!

i)
```
procedure ggT(x, y: ℕ): ℕ;
begin
   if (x MOD y = 0)
   then return y
   else return ggT(y, x MOD y)
end;
```

ii) Es sei f: $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$f(x) = 0$	für $x = 0$
$f(x) = 1$	für $x = 1$
$f(x) = x^{f(x \bmod 2)}$	sonst.

Zusatzfrage: Was ist f (32)?

iii)
```
procedure f(x: ℕ): ℕ
begin
   if (x = 0) then
      return 0
   else
      return x + f(x div 2)
end
```

Zusatzfrage: Was ist f(32)?

iv) Es sei f: $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit

$f(x) = 1$	für $x = 1$
$f(x) = f(x/2)$	für gerade x
$f(x) = f(3x+1)$	für ungerade x.

Berechnen Sie f(10), f(15) und f(20)! Was würden Sie daraus für f(x) im Allgemeinen vermuten?

Statt eines Beweises sollten Sie lieber nach Ulam-Collatz googeln!