

**Aufgabe 1)**

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$ : x liebt y

$V(x,y)$ : x ist mit y verheiratet

$F(x)$ : x ist weiblich

$M(x)$ : x ist männlich

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- a) Anna liebt Bernd, ist aber mit Erwin verheiratet.
- b) Erwin liebt alle Frauen.
- c) Anna liebt nur Männer, die nicht andere Frauen lieben.
- d) Nur Anna liebt Bernd.
- e) Bernd liebt niemanden außer sich selbst.
- f) Jede Person ist Mann oder Frau, aber nicht beides gleichzeitig.
- g) Miteinander verheiratet zu sein beruht auf Gegenseitigkeit.
- h) Eine andere Person zu lieben, beruht nicht immer auf Gegenseitigkeit.

**Aufgabe 2)**

Wie kann man  $a < b$ ,  $a \leq b$ ,  $a = b$ ,  $a \geq b$  und  $a > b$  jeweils nur mit Hilfe der Operatoren  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  und des Prädikates  $\text{groesser}(x,y)$  darstellen?

(Hierbei sei:  $\text{groesser}(x,y)$ :  $x > y$ )

**Aufgabe 3)**

Gegeben sei das Prädikat  $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$ , welches bedeutet, dass x die Klausurnote z im Fach y hat sowie die Funktion  $\text{klausurnote}(x,y)$ , welche einem Studierenden die Klausurnote im Fach y zuordnet.

- a) Geben Sie Definitionsbereich und Zielmenge von  $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$  und  $\text{klausurnote}(x,y)$  an.
- b) Beschreiben Sie  $\text{hatKlausurnote}(x,y,z)$  mit Hilfe der Funktion  $\text{klausurnote}(x,y)$  und arithmetischen Vergleichsoperatoren.

- c) Definieren Sie mit Hilfe der angegebenen Funktionen und Prädikate folgende neue Prädikate und geben Sie jeweils Definitionsbereich und Zielmenge an:
- $\text{eignetSichAlsTutor}(x)$  bedeutet, dass  $x$  in den Fächern DM und GTI mindestens eine 2 hat
  - $\text{bestehtKlausur}(x,y)$  bedeutet, dass  $x$  die Klausur im Fach  $y$  besteht.
  - $\text{mindestensSoSchwer}(x,y)$  bedeutet, dass alle Studierenden im Fach  $x$  eine höchstens so gute Note wie in  $y$  haben

#### Aufgabe 4)

Gegeben seien die oben angegebenen Prädikate  $\text{hatKlausurnote}$ ,  $\text{bestehtKlausur}$ ,  $\text{eignetSichAlsTutor}$  und  $\text{mindestensSoSchwer}$ .

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser vier Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Jeder, der sich als Tutor eignet, hat DM und GTI bestanden.
  - Analysis ist mindestens so schwer wie DM und GTI.
  - Nur Studierende, die DM oder GTI bestehen, bestehen auch die Analysis.
  - In Analysis schreibt nur eine 1, wer sich auch als Tutor eignet.
  - Niemand hat in DM und GTI Noten, die sich um mehr als 2 unterscheiden.
  - Karl eignet sich als Tutor, ist aber in Analysis durchgefallen.
- Sind die 6 Sachverhalte in sich konsistent, d.h. können sie gleichzeitig gelten?
- Erna hat DM und Analysis bestanden, aber leider nicht GTI.
- Sind auch alle 7 Sachverhalte in sich konsistent?

#### Aufgabe 5)

Es sei folgende Formel  $F$  gegeben. Dabei seien  $x$  und  $y$  Variablen und  $P$  und  $Q$  Prädikate:

$$F: \forall x (P(x,z) \wedge \exists y Q(x,y))$$

- Von welcher Variablen hängt der Wahrheitswert von  $F$  ab?
- Negieren Sie  $F$ .
- Geben Sie konkrete  $P$  und  $Q$  an, so dass  $F$  erfüllbar ist.
- Geben Sie konkrete  $P$  und  $Q$  an, so dass  $\neg F$  eine Tautologie ist.