

Grundlagen der Theoretischen Informatik

Sebastian Iwanowski
FH Wedel

Kap. 2: Verifikationstechniken
Teil 2: Verifikation von Verzweigungen

Verifikation von Verzweigungen

Definition einer Verzweigung:

```
if Ausdruck
then
    then-Anweisung
else
    else-Anweisung
```

Ausdruck muss eine **logische** Funktion sein, die nur von Variablen abhängen darf, die mit Werten belegt sind.

Funktionsweise:

Zunächst wird **Ausdruck** ausgewertet.

Wenn **Ausdruck** wahr ist, wird nur die **then-Anweisung** ausgeführt.

Wenn **Ausdruck** falsch ist, wird nur die **else-Anweisung** ausgeführt.

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}
if Ausdruck
then
    {then-Vorbedingung}
    then-Anweisung
    {then-Nachbedingung}
else
    {else-Vorbedingung}
    else-Anweisung
    {else-Nachbedingung}
{Nachbedingung}
```

Aufgrund der Funktionsweise einer Verzweigung muss gelten:

- 1) **then-Vorbedingung** \Leftrightarrow (**Vorbedingung** \wedge **Ausdruck**)
- 2) **else-Vorbedingung** \Leftrightarrow (**Vorbedingung** \wedge \neg **Ausdruck**)
- 3) **then-Nachbedingung** \Rightarrow **Nachbedingung**
- 4) **else-Nachbedingung** \Rightarrow **Nachbedingung**

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}
if Ausdruck
then
    {then-Vorbedingung}
    then-Anweisung
    {then-Nachbedingung}
else
    {else-Vorbedingung}
    else-Anweisung
    {else-Nachbedingung}
{Nachbedingung}
```

Damit gilt:

$\{Vorbedingung\}$ **if then ... else ...** $\{Nachbedingung\}$

\Leftrightarrow

- 1) $(\{Vorbedingung\} \wedge \text{Ausdruck})$ **then-Anweisung** $\{Nachbedingung\}$
- 2) $\wedge (\{Vorbedingung\} \wedge \neg \text{Ausdruck})$ **else-Anweisung** $\{Nachbedingung\}$

Verifikation von Verzweigungen

Beispiel für die Verifikation einer Verzweigung:

{ Vorbedingung } φ

```
if (y>0)
  then
    z := x • y
  else
    z := x / y
```

{ z ≥ 0 } ψ

Welches ist die schwächste Vorbedingung φ für ψ ?

1. Aufgabe: { $\varphi_1 \wedge (y>0)$ } z := x • y { z ≥ 0 }

2. Aufgabe: { $\varphi_2 \wedge (y\leq 0)$ } z := x / y { z ≥ 0 }

Lösung: $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge (y>0)) \vee (\varphi_2 \wedge (y\leq 0))$

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

{Vorbedingung}	φ
if Ausdruck	β
then	
{then-Vorbedingung}	φ_1
then-Anweisung	
{then-Nachbedingung}	ψ_1
else	
{else-Vorbedingung}	φ_2
else-Anweisung	
{else-Nachbedingung}	ψ_2
{Nachbedingung}	ψ

Berechnung der schwächsten Vorbedingung: Gegeben ψ , berechne φ

- 1) Setze $\psi_1 = \psi$ und berechne das schwächste φ_1
- 2) Setze $\psi_2 = \psi$ und berechne das schwächste φ_2
- 3) Lösung: $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

<code>{Vorbedingung}</code>	φ
<code>if Ausdruck</code>	β
<code>then</code>	
<code>{then-Vorbedingung}</code>	φ_1
<code>then-Anweisung</code>	
<code>{then-Nachbedingung}</code>	ψ_1
<code>else</code>	
<code>{else-Vorbedingung}</code>	φ_2
<code>else-Anweisung</code>	
<code>{else-Nachbedingung}</code>	ψ_2
<code>{Nachbedingung}</code>	ψ

Berechnung der stärksten Nachbedingung: Gegeben φ , berechne ψ

- 1) Setze $\varphi_1 = \varphi \wedge \beta$ und berechne das stärkste ψ_1
- 2) Setze $\varphi_2 = \varphi \wedge \neg\beta$ und berechne das stärkste ψ_2
- 3) Lösung: $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$

Anmerkung: $(\psi_1 \wedge \beta) \vee (\psi_2 \wedge \neg\beta)$ gilt in Nachbedingung ψ nicht notwendigerweise, da die then- bzw. else-Anweisung β bzw. $\neg\beta$ zerstören könnte.

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik: **Achtung Verwechslungsgefahr !**

S	{Vorbedingung}	φ
	if Ausdruck	β
	then	
	{then-Vorbedingung}	φ_1
	then-Anweisung	T
	{then-Nachbedingung}	ψ_1
	else	
	{else-Vorbedingung}	φ_2
else-Anweisung	E	
{else-Nachbedingung}	ψ_2	
{Nachbedingung}	ψ	

Zusammenhang der **Anweisungen** S, T und E:

$$\{\varphi\} S \{\psi\} \Leftrightarrow (\{\varphi \wedge \beta\} T \{\psi\}) \wedge (\{\varphi \wedge \neg\beta\} E \{\psi\})$$

Es wird hier keine Aussage über den Zusammenhang von $\varphi_1, \varphi_2, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi$ gemacht !

Zusammenhang der **Bedingungen** $\varphi_1, \varphi_2, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi$:

1) $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

2) $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$