

**Aufgabe 1)**

Ordnen Sie die folgenden Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

- a) Sei  $m$  aus der Menge aller Menschen:

$A = \{ m \text{ studiert Technische Informatik} \}$ ,  $B = \{ m \text{ studiert an der FH Wedel} \}$ ,  $C = \{ m \text{ besucht „Digitale Kommunikation“ an der FH Wedel als Pflichtveranstaltung} \}$ ,  $D = \{ m \text{ studiert ein Informatikfach an der FH Wedel} \}$ ,  $E = \{T\}$ ,  $F = \{\perp\}$ ,  $G = \{ m \text{ studiert auf B.Sc.} \}$ ,  $H = \{ m \text{ studiert Technische Informatik an der FH Wedel} \}$

- b) Seien  $i, j$  ganze Zahlen:

$\{(i > j) \wedge (i > -j)\}$ ,  $\{i > 1\}$ ,  $\{i \geq 1\}$ ,  $\{j < 1\}$ ,  $\{(i > j) \wedge (j \geq 0)\}$ ,  $\{(j \geq 0)\}$ ,  
 $\{(i = j) \wedge (j \geq 0)\}$ ,  $\{j^2 + 1 < i\}$ ,  $\{j^2 \leq i^2\}$

**Aufgabe 2)**

Geben Sie für die folgenden Programme die schwächste Vorbedingung  $\{V\}$  bzw. die stärkste Nachbedingung  $\{P\}$  an.

(Setzen Sie voraus, dass die Variablen  $x, y, z, k$  ganze Zahlen sind und definiert.)

a) $\{z=0\}$	$z := x-z$	$\{P\}$
b) $\{x*z>0\}$	$y := x*z$	$\{P\}$
c) $\{x*y=10\}$	$x := x*y$	$\{P\}$
d) $\{x=5\}$	$x := x-1$	$\{P\}$
e) $\{x-y=5\}$	$k := x-y$	$\{P\}$
f) $\{V\}$	$x := x*2$	$\{x \bmod 2 = 1\}$
g) $\{V\}$	$y := y-z$	$\{x-y=z\}$
h) $\{V\}$	$x := y+1$	$\{x \geq 0\}$
i) $\{V\}$	$x := x-y$	$\{x \geq 0 \wedge y^2 = 4\}$
j) $\{V\}$	$x := 12 + y$	$\{x=13 \wedge y^2 = 4\}$

**Aufgabe 3)**

Beweisen Sie, dass die folgenden Programmstücke bzgl. Vor- und Nachbedingungen korrekt sind (Das müssen nicht die schwächsten / stärksten sein!):

a) $\{x \geq 0\}$	$x := x+1$	$\{x > 0\}$
b) $\{x+y+z=c\}$	$y := y+z$	$\{x+y=c\}$
c) $\{x=q*y+r \wedge r \geq y\}$	$r := r-y$	$\{x=(q+1)*y+r \wedge r \geq 0\}$

**Aufgabe 4)**

Finden Sie zu folgenden Programmausschnitten und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

a)

```
{ Vorbedingung }  
if y = 5  
  then  
    begin  
      y := x - y;  
      x := x - y;  
    end  
  else  
    begin  
      x := x - y;  
      y := x - y;  
    end  
{ x = 5 }
```

b)

```
{ Vorbedingung }  
if y ≤ 5  
  then  
    begin  
      y := 5 * x;  
      x := x - y;  
    end  
  else  
    begin  
      x := x - y;  
      y := 5 * x;  
    end  
{ y ≤ 5 }
```

Geben Sie 2 zulässige Wertepaare für x und y an, sodass beim einen Paar der then-Block und beim anderen der else-Block durchlaufen wird.

NAME: \_\_\_\_\_

TUTOR: \_\_\_\_\_

**GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK SS 2009**

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

**Übungsblatt 03** (4+2 Aufgaben)

S.3/3



Die folgenden Aufgaben müssen erst bis zum 18.06. gelöst werden. Dazu werden in der Übung am 11.06. noch Hinweise gegeben. Die Lösungen werden in der Vorlesung am 18.06. besprochen.

**Aufgabe 5)**

Gegeben sei:

$\{ (|y| > 4) \} \quad \varphi$

```
if (y>0)
  then
    y := x · y
  else
    y := x / y
```

$\{ \text{Nachbedingung} \} \quad \psi$

Berechnen Sie zu der gegebenen Vorbedingung  $\varphi$  die stärkste Nachbedingung  $\psi$ .

**Aufgabe 6)**

Gegeben sei das folgende Programm zur Berechnung von  $r = x \bmod y$  und  $q = x \text{ div } y$  nach Euklid:

$\{ (x \geq 0) \wedge (y > 0) \wedge x, y \in \mathbb{Z} \} \varphi$

```
q := 0;
```

```
r := x;
```

```
while r ≥ y do
```

```
  begin
```

```
    r := r - y;
```

```
    q := q + 1
```

```
  end
```

$\{ (x = q * y + r) \wedge (0 \leq r < y) \} \psi$

Beweisen Sie, dass  $\varphi$  in  $\psi$  überführt wird nach folgendem Verfahren:

Seien  $r_i$  und  $q_i$  die Werte von  $r$  und  $q$  nach dem  $i$ -ten Schleifendurchlauf.

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion über die Anzahl der Schleifendurchläufe:

$q_i = i; \quad x = q_i * y + r_i; \quad r_i \geq 0$

Folgern Sie daraus die gewünschte Nachbedingung.

Tipp: Beachten Sie Aufgabe 3c)