

**Aufgabe 1)**

Gegeben sei das Prädikat  $\text{lerntVon}(x,y)$ , welches bedeutet, dass  $x$  von  $y$  lernt sowie die folgenden Mengen:

- S : Menge d. Studierenden
- W: Menge d. Studierenden an der FH Wedel
- P: Menge d. Professoren
- V: Menge d. Professoren an der FH Wedel
- M: Menge d. Menschen

**a)** Bilden Sie eine prädikatenlogische Formel für die folgende in der Realität wahre Aussage:

„Alle Studierenden lernen von mindestens einem Professor“.

Arbeiten Sie hierbei mit Definitionsbereichen für die Quantorvariablen!

**b)** Verschärfen Sie die Aussage aus a) durch - jeweils getrennte - Änderung des Definitionsbereiches

- der ersten Quantorvariable in der Formel aus (a)
- der zweiten Quantorvariable in der Formel aus (a).

Wie lauten die Formeln in natürlicher Sprache? Wie ist ihr Wahrheitsgehalt in der Realität?

**c)** Lockern Sie die Aussage aus (a) durch - jeweils getrennte - Änderung des Definitionsbereiches

- der ersten Quantorvariable in der Formel aus (a)
- der zweiten Quantorvariable in der Formel aus (a).

Wie lauten die Formeln in natürlicher Sprache? Wie ist ihr Wahrheitsgehalt in der Realität?

**Aufgabe 2)**

Seien  $i, j$  ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

- a)**  $\forall i \geq 0 : \exists j \geq 0 : i < j$
- b)**  $\forall i \geq 0 : \exists j \geq 0 : j < i$
- c)**  $\exists i \geq 0 : \forall j \geq 0 : j \leq i$

**Aufgabe 3)**

Es sei folgende Formel F gegeben. Dabei seien x und y Variablen und P und Q Prädikate:

$$F: \forall x (P(x,z) \wedge \exists y Q(x,y))$$

- a) Von welcher Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- b) Negieren Sie F.
- c) Geben Sie konkrete P und Q an, so dass F erfüllbar ist.
- d) Geben Sie konkrete P und Q an, so dass  $\neg F$  eine Tautologie ist.

**Aufgabe 4)**

Wie kann man  $a < b$ ,  $a \leq b$ ,  $a = b$ ,  $a \geq b$  und  $a > b$  jeweils nur mit Hilfe der Operatoren  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  und des Prädikates  $\text{groesser}(x,y)$  darstellen?

(Hierbei sei:  $\text{groesser}(x,y): x > y$ )

**Aufgabe 5)<sup>1</sup>**

Zeigen Sie, dass die Nicht-Widerlegbarkeit von  $F(x)$  etwas anderes ist als die Widerlegbarkeit von  $\neg F(x)$ :

- Sie müssen entweder ein nicht widerlegbares Prädikat  $P(x)$  finden, für das  $\neg P(x)$  auch nicht widerlegbar ist,
- oder Sie müssen ein widerlegbares Prädikat  $Q(x)$  finden, für das  $\neg Q(x)$  auch widerlegbar ist.

Sie können nur eine der beiden Varianten finden. Begründen Sie warum die andere nicht möglich ist. Welche ist also die schwächere Eigenschaft, die aus der anderen folgt:  $F(x)$  ist nicht widerlegbar oder  $\neg F(x)$  ist widerlegbar?

---

<sup>1</sup> Diese Aufgabe wird in der Übung am 07.05. noch nicht besprochen, sondern erst in der Vorlesung am 28.05. Der dafür benötigte Stoff (Folien GTI22,14-17) wird am 14.05. durchgenommen.

**Aufgabe 6)**

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$ :  $x$  liebt  $y$  (Dieses Prädikat ist nicht immer symmetrisch!)

$F(x)$ :  $x$  ist weiblich

$M(x)$ :  $x$  ist männlich

$K(x,y)$ :  $x$  ist Kind von  $y$

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten oder mit zusätzlichen Funktionen.

- Erwin ist der Sohn von Hans.
- Hans ist der Vater von Erwin.
- Linda liebt die Kinder von Hans.
- Linda liebt nur die Kinder von Hans.
- Linda liebt keine anderen Kinder als die von Hans.
- Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.

**Aufgabe 7)**

*Daten* sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 30.10.2008  $\in$  *Daten*)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

$J(x)$ :  $Daten \rightarrow \mathbb{N}$  ergibt die Jahreszahl von  $x$  (Bsp.:  $J(30.10.2008) = 2008$ )

$M(x)$ :  $Daten \rightarrow \mathbb{N}$  ergibt die Monatszahl von  $x$  (Bsp.:  $M(30.10.2008) = 10$ )

$T(x)$ :  $Daten \rightarrow \mathbb{N}$  ergibt die Tagesdatumszahl von  $x$  (Bsp.:  $T(30.10.2008) = 30$ )

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

- In keinem Jahr gibt es einen 30.02.
- Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.