

Aufgabe 1)

In den 1950er Jahren wurde die erste Version der Programmiersprache FORTRAN entwickelt. Vor der Version FORTRAN 77 gab es keine Kontrollstruktur in dieser Sprache, die direkt einen IF...THEN...ELSE... Block abbilden konnte. Es waren allerdings sowohl Sprünge (GOTO *zeilennummer*) als auch bedingte Sprünge (IF *bedingung* GOTO *zeilennummer*) möglich.

Gegeben sei das folgende Schnipsel Programmcode (in PASCAL Notation¹):

```
01   rest := zahl MOD 5;
02   IF rest = 0 THEN
03       Writeln("Zahl ist durch 5 teilbar.");
04   ELSE
05       Writeln("Zahl ist nicht durch 5 teilbar.");
06   Writeln("Ende.");
```

Frage: Wie kann dieses Programmstück dargestellt werden, wenn als Kontrollstruktur nur Sprünge und bedingte Sprünge erlaubt sind? (Nutzen Sie dabei wieder Zeilennummern als Ziel für die Sprünge.)

Antwort:

| Zeilennummer | Code |
|--------------|---------------------|
| 01 | rest := zahl MOD 5; |
| 02 | |
| 03 | |
| 04 | |
| 05 | |
| 06 | |
| 07 | |
| | |
| | |
| | |

¹ Zur Information: $x \text{ MOD } y$ berechnet den Rest der Division x / y (z.B.: $7 \text{ MOD } 3 = 1$, da $7 / 3 = 2 + \text{Rest } 1$)

Aufgabe 2)

- a) In einem Auto soll ein Warnton den Fahrer darauf aufmerksam machen, dass das Licht eingeschaltet ist, wenn der Zündschlüssel abgezogen und die Tür bereits geöffnet ist. Stellen Sie eine aussagenlogische Formel auf, die beschreibt, wann der Warnton aktiviert ist.

Es sei:

- W := Warnton aktiv
- L := Licht an
- Z := Zündschlüssel steckt
- T := Tür ist offen

- b) Lässt Ihre Formel auch zu, dass der Warnton in irgendeiner Situation angeht, in der das Licht aus ist?

Aufgabe 3)

Formen Sie aus den vorgegebenen aussagenlogischen Formeln natürlichsprachige Sätze.

Beispiel: $(p \rightarrow q)$

Übersetzungsschlüssel:

- p: Der Gegner hat mehr Tore geschossen.
- q: Wir haben verloren.

Lösung:

Falls der Gegner mehr Tore geschossen hat, haben wir verloren.

- a) $(\neg p \rightarrow \neg q)$

- p: n ist durch 3 teilbar.
- q: n ist durch 12 teilbar.

- b) $(\neg p \leftrightarrow q)$

- p: Es ist Tag.
- q: Es ist Nacht.

- c) $((p \vee \neg q) \rightarrow r)$

- p: Das Auto ist kaputt.
- q: Das Auto hat Benzin im Tank.
- r: Man muss schieben.

Aufgabe 4)

Bestimmen Sie, ob die Formeln erfüllbar, tautologisch und / oder widersprüchlich sind. Beweisen Sie das entweder mit Hilfe von Wahrheitstabellen, oder durch Vereinfachung (Umformung) der Formel.

| | Formel | Erfüllbar | Tautologie | Widerspruch |
|----|--|-----------|------------|-------------|
| a) | $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ | | | |
| b) | $(p \wedge (p \vee q)) \Leftrightarrow p$ | | | |
| c) | $p \rightarrow (p \rightarrow q)$ | | | |
| d) | $[(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)] \wedge [(\neg p \vee q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)]$ | | | |
| e) | $[(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)] \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ | | | |
| f) | $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow [(\neg p \vee q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)]$ | | | |

Aufgabe 5)

Geben Sie die konjunktive Normalform (KNF) an und bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln erfüllbar sind. Versuchen Sie, mit einer minimalen Anzahl von Klauseln auszukommen.

- a) $x \wedge \neg y$
- b) $\neg x \vee y$
- c) $(a \rightarrow b) \vee (a \rightarrow c) \wedge b$
- d) $(x \wedge y) \vee (x \rightarrow y)$
- e) $\neg(p \vee (q \wedge r))$
- f) $(p \vee \neg q \vee r) \rightarrow (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$
- g) $a \rightarrow \neg(b \rightarrow c)$

Geben Sie für die letzten beiden Formeln auch die DNF an!