

Computer Algebra

Sebastian Iwanowski
FH Wedel

2. Ganzzahlarithmetik

2.1 Zahlendarstellung, Vergleiche, Addition, Multiplikation

Referenzen zum Nacharbeiten:

Köpf 3.1,3.2, Kaplan 4.1 (bis 4.1.3)

Seminararbeit 2 (Jörg Fitzner)

Computer Algebra 2

Darstellung von ganzen Zahlen im Computer

Details: Vortrag Fitzner

- Kurzzahldarstellung
Ein Bit pro Ziffer, Zahlenbasis 2, Größenbegrenzung auf Wortlänge (z.B. 32 bit)
- Langzahldarstellung
Ein Wort pro Ziffer, Zahlenbasis $O(\text{Wortlänge})$, keine Größenbegrenzung
- Datenstrukturen für die Langzahldarstellung
lineare Liste, variables Array

Computer Algebra 2

Basis-Algorithmen zur Langzahlarithmetik

Details: Vortrag Fitzner

Falls beide Operanden
die Größe $O(n)$ haben:

- Relationale Operatoren, z.B. $a \leq b$

Laufzeit $O(n)$

direkt aus Definition: $O(\min\{\#a, \#b\})$

Ziffernweiser Vergleich von vorne bis maximal zum Ende der kleineren Zahl

- Addition und Subtraktion von a und b

Laufzeit $O(n)$

Schulmethode (schriftlich): $O(\max\{\#a, \#b\})$

Computer Algebra 2

Algorithmen zur Langzahlmultiplikation von a und b

Details: Vortrag Fitzner

Die Zahlengröße beider Operanden sei $O(n)$

- Schulmethode

Laufzeit $O(n^2)$

Jede Multiplikation mit Ziffer der 2. Zahl: $O(n)$

Insgesamt n Ziffern $\Rightarrow O(n^2)$ für die Multiplikationen

Dann werden n Zahlen addiert $\Rightarrow O(n^2)$ Additionen

- Rekursive Bisektionierung

direkt angewendet: $T(n) = 4 T(n/2) + O(n) \Rightarrow O(n^2)$

Algorithmus von Karatsuba: $T(n) = 3 T(n/2) + O(n) \Rightarrow O(n^{\log_2(3)})$