NAME: ______________________ TUTOR: ______________________

GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK WS 2008/2009

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski

Übungsblatt 03 (6+2 Aufgaben) S.1/4

Aufgabe 1)

Ordnen Sie die folgenden Bedingungen entsprechend ihrer Schwäche/Stärke an.

a) Sei m aus der Menge aller Menschen:
{ m studiert }, { m hat mindestens Fachhochschulreife }, { m studiert an der FH Wedel }, { m hat mindestens Hochschulreife } , {T}, {⊥}, { m ist im 5. Semester an der FH Wedel }

b) Seien i, j ganze Zahlen:
$\{(i \geq j) \wedge (i \geq -j)\}$, $\{i > 0\}$, $\{i \geq 0\}$, $\{i < 0\}$, $\{(i \geq j) \wedge (j \geq 0)\}$, $\{(j \geq 0)\}$,
$\{(i = j) \wedge (j \geq 0)\}$, $\{i^2 < 0\}$, $\{i^2 \leq 0\}$, $\{i^2 \geq 0\}$

Aufgabe 2)

Geben Sie für die folgenden Programme die schwächste Vorbedingung {V} bzw. die stärkste Nachbedingung {P} an.

(Setzen Sie voraus, dass die Variablen x,y,z,k ganze Zahlen sind und definiert.)

a)	{ z=0 }	y := x+z	{P}
b)	{x*z>0}	y := x*z	{P}
c)	{ x*y=10 }	x := x*y	{P}
d)	{ x=5 }	x := x-1	{P}
e)	{ x-y=5 }	k := x-y	{P}
f)	{V}	x := x*2	{ x mod 2 = 1 }
g)	{V}	y := y-z	{ x-y=z }
h)	{V}	x := y+1	{ x≥0 }
i)	{V}	x := x-y	{ x≥0 }
j)	{V}	x := 12	{ x=13 }

Aufgabe 3)

Beweisen Sie, dass die folgenden Programmstücke bzgl. Vor- und Nachbedingungen korrekt sind (Das müssen nicht die schwächsten / stärksten sein!):

a)	{ x≥0 }	x := x+1	{ x>0 }
b)	{ x+y+z=c }	y := y+z	{ x+y=c }
c)	{ x=q*y+r ∧ r≥**y** }	r:= r-y	{ x=(q+1)*y+r ∧ r≥0 }

Hinweis: Um die Korrektheit zu prüfen, ermitteln Sie aus der Vorbedingung die stärkste Nachbedingung (oder aus der Nachbedingung die stärkste Vorbedingung) und prüfen Sie die Folgerbarkeit bzgl. der angegebenen Nachbedingung (bzw. Vorbedingung).

Aufgabe 4)

Gegeben sei die Vorbedingung **x = Wert1 ∧ y = Wert2 ∧ z = Wert3**

Geben Sie eine Folge von Zuweisungen an, sodass hinterher gilt:

x = Wert2 ∧ y = Wert3 ∧ z = Wert1

Sie dürfen maximal eine weitere Variable w benutzen.

Verifizieren Sie Ihr Programm mit Hoare-Tripeln.

Premiumversion für Tüftler:

Versuchen Sie, dasselbe ohne eine weitere Variable zu erreichen!

Aufgabe 5)

Finden Sie zum folgenden Programmausschnitt und der gegebenen Nachbedingung die schwächste Vorbedingung und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

Geben Sie alle Zwischenschritte Ihrer Beweiskette an!

```
{ Vorbedingung }
if y > x
   then
      begin

         x := x + y;

         y := x – y;

         x := x – y;

      end
   else
      begin

         x := - x;

         y := - y;
      end
   { x > y }
```

Aufgabe 6)

Gegeben sei:

```
{ (|y| > 4) }          φ

if (y>0)
  then

    y := x · y

  else

    y := x / y

{ Nachbedingung }      ψ
```

Berechnen Sie zu der gegebenen Vorbedingung φ die stärkste Nachbedingung ψ.

Die folgenden Aufgaben müssen erst bis zum 11.12. gelöst werden:

Aufgabe 7)

Gegeben sei der folgende Programmausschnitt:

```
{n: integer}
f := 1;
k := 0;
while (k < n) do
  begin
    k := k+1;
    f := f * k;
  end;
```

a) Geben Sie eine Nachbedingung für f an in Abhängigkeit von n.

b) Beweisen Sie Ihre Lösung für n > 0 nach folgendem Verfahren:
Seien f_i und k_i die Werte nach dem i-ten Schleifendurchlauf.
Bestimmen Sie diese Werte und beweisen Sie das mit vollständiger Induktion über i.
Folgern Sie daraus die Behauptung von a).

Aufgabe 8)

Gegeben sei das folgende Programm zur Berechnung von r = x mod y und q = x div y nach Euklid:

```
{ (x ≥ 0) ∧ (y > 0) ∧ x,y ∈ ℤ }
q := 0;
r := x;
while r ≥ y do
   begin
      r := r - y;
      q := q + 1
   end
{ (x = q * y + r) ∧ (0 ≤ r < y) }
```

Verifizieren Sie die Schleife durch vollständige Induktion über die Anzahl der Schleifendurchläufe i (analog zu Aufgabe 7).

Tipp die Induktionsannahme: $q_i = i$; $x = q_i * y + r_i$; $r_i \geq 0$