

Aufgabe 1)

Gegeben seien die folgenden Prädikate auf der Menge aller Menschen:

$L(x,y)$: x liebt y (Dieses Prädikat ist nicht immer symmetrisch!)

$F(x)$: x ist weiblich (= Frau)

$M(x)$: x ist männlich (= Mann)

Drücken Sie die folgenden Sachverhalte ausschließlich durch eine prädikatenlogische Verknüpfung dieser drei Prädikate aus! Insbesondere dürfen Sie nicht mit einschränkenden Definitionsbereichen für die Quantorvariablen arbeiten, sondern müssen für diese voraussetzen, dass sie aus der Grundmenge aller Menschen kommen.

- a) Jede Frau wird von (irgend)einem Mann geliebt.
- b) Es gibt Frauen, die nur Frauen lieben.
- c) Jede Person ist entweder männlich oder weiblich.

Aufgabe 2)

Gegeben sei das Prädikat $\text{arbeitetFür}(x,y)$, welches bedeutet, dass x für y arbeitet sowie die folgenden Mengen:

N : Menge d. Arbeitnehmer
D: Menge d. Angestellten im öffentlichen Dienst
G: Menge d. Arbeitgeber
B: Menge d. Bundesministerien
M: Menge d. Menschen

- a) Bilden Sie eine prädikatenlogische Formel für die folgende in der Realität wahre Aussage:
„Alle Arbeitnehmer arbeiten für mindestens einen Arbeitgeber“.

Arbeiten Sie hierbei mit Definitionsbereichen für die Quantorvariablen!

- b) Verschärfen Sie die Aussage aus a) durch - jeweils getrennte - Änderung des Definitionsbereiches
- der ersten Quantorvariable in der Formel aus (a)
 - der zweiten Quantorvariable in der Formel aus (a).

Wie lauten die Formeln übersetzt in natürliche Sprache? Wie ist ihr Wahrheitsgehalt in der Realität ?

- c) Lockern Sie die Aussage aus (a) durch - jeweils getrennte - Änderung des Definitionsbereiches
- der ersten Quantorvariable in der Formel aus (a)
 - der zweiten Quantorvariable in der Formel aus (a).

Wie lauten die Formeln übersetzt in natürliche Sprache? Wie ist ihr Wahrheitsgehalt in der Realität?

Aufgabe 3)

Daten sei die Menge aller gültigen Tagesdaten. (Bsp.: 30.10.2008 \in *Daten*)

Gegeben seien die folgenden Funktionen mit den zugehörigen Bedeutungen:

J (x): $Daten \rightarrow \mathbb{N}$ ergibt die Jahreszahl von x (Bsp.: J (30.10.2008) = 2008)

M (x): $Daten \rightarrow \mathbb{N}$ ergibt die Monatszahl von x (Bsp.: M (30.10.2008) = 10)

T (x): $Daten \rightarrow \mathbb{N}$ ergibt die Tagesdatumszahl von x (Bsp.: T (30.10.2008) = 30)

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen mit jeweils einem prädikatenlogischen Ausdruck, d.h. Sie dürfen nur Zeichen benutzen, die in der Prädikatenlogik definiert sind. Außerdem dürfen Sie alle oben definierten Funktionen und Mengen benutzen.

- In keinem Jahr gibt es einen 30.02.
- Einen 31. gibt es nur in den Monaten Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und Dezember.

Aufgabe 4)

Wie kann man $a < b$, $a \leq b$, $a = b$, $a \geq b$ und $a > b$ jeweils nur mit Hilfe der Operatoren \neg , \wedge , \vee und des Prädikates $\text{groesser}(x,y)$ darstellen?

(Hierbei sei: $\text{groesser}(x,y): x > y$)

Aufgabe 5)

Es sei folgende Formel F gegeben. Dabei seien x und y Variablen und P und Q Prädikate:

$$F: \forall x P(x) \wedge \exists y Q(x,y)$$

- Von welcher Variablen hängt der Wahrheitswert von F ab?
- Negieren Sie F.
- Geben Sie konkrete P und Q an, so dass F erfüllbar ist.
- Geben Sie konkrete P und Q an, so dass $\neg F$ eine Tautologie ist.

Aufgabe 6)

Seien i, j ganze Zahlen. Bestimmen Sie, ob die folgenden Formeln gültig, erfüllbar oder unerfüllbar sind! Bilden Sie außerdem für jede Formel das Gegenteil (im Sinne von „logische Negation“)!

- $\forall i \geq 0 : \exists j \geq 0 : i < j$
- $\forall i \geq 0 : \exists j \geq 0 : j < i$
- $\exists i \geq 0 : \forall j \geq 0 : j \leq i$

NAME: _____ TUTOR: _____

GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK WS 2008/2009

Prof. Dr. Sebastian Iwanowski



Übungsblatt 02 (7 Aufgaben)

S.3/3

Aufgabe 7)

Zeigen Sie, dass die Nicht-Widerlegbarkeit von $F(x)$ etwas anderes ist als die Widerlegbarkeit von $\neg F(x)$:

- Sie müssen entweder ein nicht widerlegbares Prädikat $P(x)$ finden, für das $\neg P(x)$ auch nicht widerlegbar ist,
- oder Sie müssen ein widerlegbares Prädikat $Q(x)$ finden, für das $\neg Q(x)$ auch widerlegbar ist.

Sie können nur eine der beiden Varianten finden. Begründen Sie warum die andere nicht möglich ist. Welche ist also die schwächere Eigenschaft, die aus der anderen folgt: $F(x)$ ist nicht widerlegbar oder $\neg F(x)$ ist widerlegbar?