Grundlagen der Theoretischen Informatik

Sebastian Iwanowski
FH Wedel

Kap. 3: Verifikationstechniken
Teil 2: Verifikation von Verzweigungen

Verifikation von Verzweigungen

Definition einer Verzweigung:

```
if Ausdruck
then
     then-Anweisung
else
     else-Anweisung
```

`Ausdruck` muss eine logische Funktion sein, die nur von Variablen abhängen darf, die mit Werten belegt sind.

Funktionsweise:

Zunächst wird **`Ausdruck`** ausgewertet.
Wenn **`Ausdruck`** wahr ist, wird nur die **`then-Anweisung`** ausgeführt.
Wenn **`Ausdruck`** falsch ist, wird nur die **`else-Anweisung`** ausgeführt.

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}
if Ausdruck
then
      {then-Vorbedingung}
      then-Anweisung
      {then-Nachbedingung}
else
      {else-Vorbedingung}
      else-Anweisung
      {else-Nachbedingung}
{Nachbedingung}
```

Aufgrund der Funktionsweise einer Verzweigung muss gelten:

1) then-Vorbedingung ⇔ (Vorbedingung ∧ Ausdruck)
2) else-Vorbedingung ⇔ (Vorbedingung ∧ ¬ Ausdruck)
3) then-Nachbedingung ⇒ Nachbedingung
4) else-Nachbedingung ⇒ Nachbedingung

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}
if Ausdruck
then
        {then-Vorbedingung}
        then-Anweisung
        {then-Nachbedingung}
else
        {else-Vorbedingung}
        else-Anweisung
        {else-Nachbedingung}
{Nachbedingung}
```

Damit gilt:

{Vorbedingung} if then ... else ... {Nachbedingung}

$\Leftrightarrow$

1) ({Vorbedingung $\wedge$ Ausdruck} then-Anweisung {Nachbedingung})

2) $\wedge$ ({Vorbedingung $\wedge$ $\neg$ Ausdruck} else-Anweisung {Nachbedingung})

Verifikation von Verzweigungen

Beispiel für die Verifikation einer Verzweigung:

```
{ Vorbedingung }    φ

if (y>0)
  then
    z := x • y
  else
    z := x / y

{ z ≥ 0 }           ψ
```

Welches ist die schwächste Vorbedingung φ für ψ ?

1. Aufgabe: $\{ \varphi_1 \wedge (y>0) \}\ z := x \cdot y\ \{ z \geq 0 \}$

2. Aufgabe: $\{ \varphi_2 \wedge (y\leq 0) \}\ z := x / y\ \{ z \geq 0 \}$

Lösung: $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge (y>0)) \vee (\varphi_2 \wedge (y\leq 0))$

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}                         φ
if Ausdruck                            β
then
      {then-Vorbedingung}              φ1
      then-Anweisung
      {then-Nachbedingung}             ψ1
else
      {else-Vorbedingung}              φ2
      else-Anweisung
      {else-Nachbedingung}             ψ2
{Nachbedingung}                        ψ
```

Berechnung der schwächsten Vorbedingung: Gegeben ψ, berechne φ

1) Setze $\psi_1 = \psi$ und berechne das schwächste φ_1

2) Setze $\psi_2 = \psi$ und berechne das schwächste φ_2

3) Lösung: $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \land \beta) \lor (\varphi_2 \land \neg\beta)$

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik:

```
{Vorbedingung}                        φ
if Ausdruck                           β
then
        {then-Vorbedingung}           φ1
        then-Anweisung
        {then-Nachbedingung}          ψ1
else
        {else-Vorbedingung}           φ2
        else-Anweisung
        {else-Nachbedingung}          ψ2
{Nachbedingung}                       ψ
```

Berechnung der stärksten Nachbedingung: Gegeben φ, berechne ψ

1) Setze $\varphi_1 = \varphi \wedge \beta$ und berechne das stärkste ψ_1
2) Setze $\varphi_2 = \varphi \wedge \neg\beta$ und berechne das stärkste ψ_2
3) Lösung: $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$

Anmerkung: $(\psi_1 \wedge \beta) \vee (\psi_2 \wedge \neg\beta)$ gilt in Nachbedingung ψ nicht notwendigerweise, da die then- bzw- else-Anweisung β bzw. $\neg\ \beta$ zerstören könnte.

Verifikation von Verzweigungen

Verifikationstechnik: Achtung Verwechslungsgefahr !

	`{Vorbedingung}`	φ
S	`if Ausdruck`	β
	`then`	
	`    {then-Vorbedingung}`	φ_1
	`    then-Anweisung`	T
	`    {then-Nachbedingung}`	ψ_1
	`else`	
	`    {else-Vorbedingung}`	φ_2
	`    else-Anweisung`	E
	`    {else-Nachbedingung}`	ψ_2
	`{Nachbedingung}`	ψ

Zusammenhang der Anweisungen S, T und E:

$$\{\varphi\}\ S\ \{\psi\} \Leftrightarrow (\{\varphi \wedge \beta\}\ T\ \{\psi\}) \wedge (\{\varphi \wedge \neg\beta\}\ E\ \{\psi\})$$

Es wird hier keine Aussage über den Zusammenhang von φ_1, φ_2, φ, ψ_1, ψ_2, ψ gemacht !

Zusammenhang der Bedingungen φ_1, φ_2, φ, ψ_1, ψ_2, ψ:

1) $\varphi \Leftrightarrow (\varphi_1 \wedge \beta) \vee (\varphi_2 \wedge \neg\beta)$

2) $\psi \Leftrightarrow \psi_1 \vee \psi_2$