

Computer Algebra

Sebastian Iwanowski
FH Wedel

2. Ganzzahlarithmetik

Referenzen zum Nacharbeiten:

Köpf 3, Kaplan 4.1

Seminararbeit 2 (Jörg Fitzner)

Seminararbeit 3 (Thomas Stuh))

Computer Algebra 2

Darstellung von ganzen Zahlen im Computer

Details: Vortrag Fitzner

- Kurzzahldarstellung
Ein Bit pro Ziffer, Zahlenbasis 2, Größenbegrenzung auf Wortlänge (z.B. 32 bit)
- Langzahldarstellung
Ein Wort pro Ziffer, Zahlenbasis $O(\text{Wortlänge})$, keine Größenbegrenzung
- Datenstrukturen für die Langzahldarstellung
lineare Liste, variables Array

Computer Algebra 2

Basis-Algorithmen zur Langzahlarithmetik

Details: Vortrag Fitzner

- Relationale Operatoren, z.B. $a \leq b$
direkt aus Definition: $O(\min\{\#a, \#b\})$
- Addition und Subtraktion von a und b
Schulmethode (schriftlich): $O(\max\{\#a, \#b\})$

Computer Algebra 2

Algorithmen zur Langzahlmultiplikation von a und b

Details: Vortrag Fitzner

Die Zahlengröße beider Operanden sei $O(n)$

- inkrementell
direkt aus Definition: $\exp(n)$
- Schulmethode
direkt angewendet: $O(n^3)$
mit akkumulierter Verrechnung: $O(n^2)$
- Rekursive Bisektionierung
direkt angewendet: $O(n^2)$
Algorithmus von Karatsuba: $O(n^{\log_2(3)})$

Computer Algebra 2

Algorithmen zur Langzahldivision von a und b

Die Zahlengröße beider Operanden sei $O(n)$

- Teilen mit Rest

Abschätzung des ganzzahligen Quotienten nach Pope-Stein
Entwicklung und Analyse des zugehörigen Divisionsalgorithmus

Details: Kaplan, S. 74-79

Laufzeit: $O(n^2)$
auch in
 $O(n^{\log_2(3)})$ möglich

- Kürzen: Euklidischer Algorithmus

Details: Vortrag Stuh

Laufzeit: $O(n^2)$

- Verallgemeinerung: Erweiterter Euklidischer Algorithmus

Details: Vortrag Stuh

Laufzeit: $O(n^2)$

- Anwendung auf ggt von k ganzen Zahlen

Details: Vortrag Stuh

Laufzeit: $O(kn^2)$

Computer Algebra 2

Rationale Arithmetik Durchführen der Grundrechenarten für Brüche

Details: Vortrag Stuht

- Rechenregeln
Durchführung wie in Schulmathematik
- Kürzen
Anwendung der zuvor vorgestellten Algorithmen

Alle rationalen Operationen in $O(n^2)$ möglich